Subject: 95/7/9
Year: MoRADI Marlagh

(ژئودزی ماهواره‌ای) satellite Geodesy

- ژئودزی ماهواره‌ای شامل این موارد می‌شود:

۱- سامانه‌های موقعیت‌یابی و راهبری ماهواره‌ای جهانی (GNSS)
(Global Navigation satellite systems)

۲- ژئودزی ماهواره‌ای گرانسنجی (Gravimetric satellite Geodesy)

۳- تداخل سنجی راداری ماهواره‌ای Interferometric Satellite Aperture Radar

۴- ارتفاع سنجی ماهواره‌ای satellite Altimetry

---

* GNSS (۱):
۱) GPS آمریکا
۲) Glomass روسیه
۳) Galileo اتحادیه اروپا
۴) Compass چین

(۲) GSG: هدف از آن تعیین میدان گرانش زمین و تغییرات زمانی آن است (ژئوئید و تغییرات آن)
نام ماهواره‌ها: GOCE - Grace

(۳) InSAR: روشی برای تعیین تغییر شکل پوسته‌ی زمین با استفاده از امواج راداری ماهواره‌ای

(۴) SA: ارتفاع سنجی ماهواره‌ای در دریاها و مناطق قطبی پوشیده از یخ مورد استفاده قرار میگیرد.
نام ماهواره‌ها: SEASAT - ERS1 - ERS2 - Jason1 - Jason2 - TOPEX Poseidon
با این روش ژئوئید توپوگرافی سطح دریا تعیین می‌شود و تغییر سطح یک های آزاد مورد بررسی قرار میگیرد. تغییرات مربوط به یخ ها در مناطق قطبی بررسی می‌شود.

Month. Date. ( )

از این ببعد بررسی GNSS با تمرکز بررسی GPS بحث خواهیم کرد.

فصل اول: مقدمه:

۱- سامانه های نقشه برداری جهانی
۲- تعیین موقعیت و ناوبری با ماهواره ها

* سیستم های مرجع:

۱- ایستگاه های مختصات
۲- سیستم های زمانی

* مدار ماهواره ها:

۱- تشریح مدار
۲- تعیین مدار
۳- انتشار اطلاعات مداری

* سیگنال ماهواره ها:

۱- شناخت سیگنال
۲- ساختار سیگنال
۳- پردازش سیگنال

* مشاهدات و خطاها:

۱- داده های دریافتی از ماهواره
۲- تلفیق داده ها
۳- خطاهای اتمسفری
۴- خطاهای نسبیتی
۵- خطاهای مرتبط با آنتن گیرنده
۶- خطای چندمسیری

* مدلهای ریاضی برای تعیین موقعیت:

۱- تعیین موقعیت مطلق
۲- " " تفاضلی
۳- " " نسبی

Subject:
Date

* پردایش داده‌ها: اندازه‌گیری پردایش داده‌ها

۲- حل ابهام ماه
۳- تریلترین، نیلترین و معیارهای کیفیت در تعیین موقعیت ماهواره‌ها

مقدمه: یکی از مهم‌ترین اهداف در ژئودزی تعیین موقعیت نقاط روی سطح زمین و تعیین شکل هندسی آن است. برای این منظور در گذشته روش‌های مختلفی وجود داشته است که به آن روش‌های ژئودزی کلاسیک گفته می‌شود.

این روش‌ها شامل مثلث‌بندی - سه‌ضلعی‌بندی و پیمایش شبکه‌های ژئودزی بوده است.

پس از اختراع دستگاه‌های الکترونیکی اندازه‌گیری فاصله عمدتاً از روش مثلث‌بندی استفاده می‌کردند که در آن ابتدا با اندازه‌گیری یک طول که به آن طول پس (base line) می‌گفتند و توسط نوار اینوار (Invar) با دقت بالا و دقت زیاد اندازه‌گیری می‌شد.

در ژئودزی کلاسیک روی تعدادی از ایستگاه‌های مهم مشاهدات ژئودزی هم انجام می‌شد.

- پس از اختراع EDM در دهه‌ی ۱۹۵۰ اندازه‌گیری دقیق طول همه‌ی اضلاع شبکه هم ممکن شد و روش trilateration یا سه‌ضلعی‌بندی رایج گردید. البته روش پیمایش سنتی هم با آن اصلاح شد که دقت بیشتری دارد.

* اولین سامانه‌ی تعیین موقعیت ماهواره‌ای متعلق به نیروی دریایی ایالات آمریکا بود که (TRNSIT) نام داشت.

این سامانه در اواخر دهه‌ی ۱۹۵۰ و اوایل دهه‌ی ۱۹۶۰ راه‌اندازی گردید.

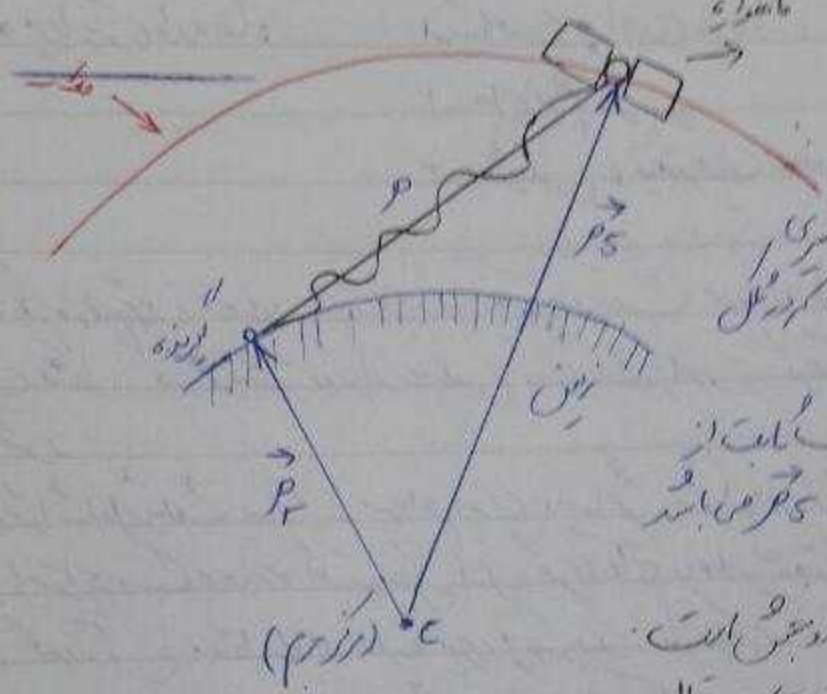
تعداد ماهواره‌ها محدود و چند عدد بیشتر نبود و پوشش جهانی دائمی نداشت. دقت تعیین موقعیت با آن برای ژئودزی خیلی مناسب نبود و قابلیت رقابت با روش‌های ژئودزی کلاسیک را نداشت.

اساس تعیین موقعیت با روش ترانزیت تکنیک داپلر بود.

در این روش از پدیده‌ی داپلر در سنجش برای تعیین موقعیت استفاده می‌شود.

Subject:
Date:

تعیین موقعیت ماهواره‌ای:



در موضوع تعیین موقعیت ماهواره‌ای اولین چیزی که مطرح می‌شود اندازه‌گیری ماهواره‌ها بین گیرنده و ماهواره است که در شکل آنرا با $\vec{\rho}$ نمایش داده‌ایم.

تصور کنید که ماهواره مبدأ موقعیت ثابت از مرکت ایستاده و موقعیت آن $\vec{r}_S$ معرفی باشد

* موج سیگنال از طرف ماهواره دارای دو بخش است:

۱- موج حامل ۲- کد (code) دیجیتال

گیرنده با دریافت این دو موج می‌تواند کد درون موج را تولید و با اندازه‌گیری فاصله بین خود و ماهواره می‌شود

$\vec{r}_S \equiv$ بردار موقعیت ماهواره در یک دستگاه مرجع سه‌بعدی

$\vec{r}_2 \equiv$ بردار موقعیت گیرنده

سرعت نور $= c$ سرعت نور

فاصله گیرنده تا ماهواره بین گیرنده و ماهواره از رابطه $x = v\Delta t$ تشخیص می‌شود که در آن Δt زمان سیر موج از ماهواره تا گیرنده است.

یکی از مهمترین کارهایی که در سیستم‌های GPS انجام می‌شود این است که هم ماهواره و هم گیرنده مجهز به ساعت اتمی خیلی دقیق باشند که هم زمان با هم شروع شده باشند یعنی هر دو باید از یک سیستم زمانی واحد استفاده کنند.

- با توجه به اینکه سرعت نور خیلی عدد بزرگی است $c = 3\times10^8 \frac{m}{s}$ سیستم زمانی خود ما باید دقت خیلی بالایی داشته باشد که دقت اندازه‌گیری فاصله گیرنده تا ماهواره را دقیق کند.

دقت اندازه‌گیری زمان (Δt)	دقت اندازه‌گیری فاصله (Δx)
1×10^{-3} s	۳۰۰۰ Km
1×10^{-6} s	۳۰۰ m
1×10^{-9} s	۳۰۰ mm (۳۰ cm)
1×10^{-10}	
1×10^{-11}	

(گیرنده) (ماهواره) ← (دقت زمان‌های داده‌ای کفایت می‌کند)

Subject:
Date Marach MaTlagh

عملاً خطای ساعت اتمی گیرنده از خطای ساعت اتمی ماهواره خیلی بیشتر است و لذا یک سیستم زمانی واحد بین گیرنده و ماهواره امکان پذیر است.

با این فاکتور خطای ساعت گیرنده طوری که عملاً اندازه گیری می شود بدین صورت تغییر خواهد نمود:

$$R = \rho + \Delta\rho = \rho + c\delta$$

R → شبه فاصله
ρ → فاصله هندسی
$\Delta\rho$ → خطای ساعت گیرنده
c → سرعت نور
δ → اختلاف ساعت گیرنده و ماهواره

طولی که عملاً اندازه گیری می شود، آغشته به خطای ساعت گیرنده است که به این طول شبه فاصله می گویند.

* δ یا خطای ساعت گیرنده، اختلاف زمان بین ساعت گیرنده و ساعت ماهواره است و بهترین عامل است که باعث می شود گیرنده و ماهواره از یک سیستم زمانی واحدی برخوردار نباشند.

اندازه ی این خطا عملاً مجهول است.

ابتدا از طریق حل دستگاه معادلات تعیین گردد.

$$\vec{\rho}_r = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{\rho}^s = \begin{pmatrix} x^s \\ y^s \\ z^s \end{pmatrix}$$

اگر ۴ ماهواره داشته باشیم که طی هم زمان از آنها اندازه گیری انجام شده باشد، می توان علاوه بر مختصات گیرنده خطای ساعت را هم تعیین کرد. معادلات مشاهدات به شرح زیر است:

ماهواره ی ۱

$$R_1(t) = \underbrace{\left[(x_r - x^{s_1}(t))^2 + (y_r - y^{s_1}(t))^2 + (z_r - z^{s_1}(t))^2\right]^{1/2}}_{\rho(t)} + \underbrace{c\delta}_{\Delta\rho}$$

فاصله هندسی (اندازه گیری ناشی از وجود δ)

$$R_2(t) = \left[(x_r - x^{s_2}(t))^2 + (y_r - y^{s_2}(t))^2 + (z_r - z^{s_2}(t))^2\right]^{1/2} + c\delta$$

⋮

$R_4(t)$

* معلومات:

✓ $R_1(t)$، $R_2(t)$، $R_3(t)$ ، $R_4(t)$ شبه فاصله هایی هستند که در لحظه ی زمان t توسط گیرنده اندازه گیری می شود

✓ $(x^{s_i}, y^{s_i}, z^{s_i})$ ، $i = 1, 2, 3, 4$ مختصات چار ماهواره ی GNSS هستند که گیرنده آنها را از محل ماهواره ها دریافت می کند.

✗ c سرعت نور

Subject:
Date

مجهولات : (x_r, y_r, z_r, δ)

فرض ما این است که ماهواره ها از یک سیستم زمان واحد استفاده می کنند و سیستم زمان گیرنده مقداری با آن اختلاف دارد که این اختلاف خطای ساعت گیرنده می گوییم و آنرا با δ نشان می دهیم.

✓ در عمل تعداد ماهواره ها در بیشتر موارد بیش از ۴ عدد است، همینطور در n بازه ی زمانی $t_1, t_2, \ldots, t_n$ تغییر فاصله ها اندازه گیری می شود. بنابراین تعداد معادلات خیلی بیشتر از تعداد ۴ تا است در حالی که تعداد مجهولات همان ۴ تا است. و با استفاده از مدل یا الگوریتم غیر خطی می شود آنها را با دقت خوبی در حد صدمتری تعیین کرد.

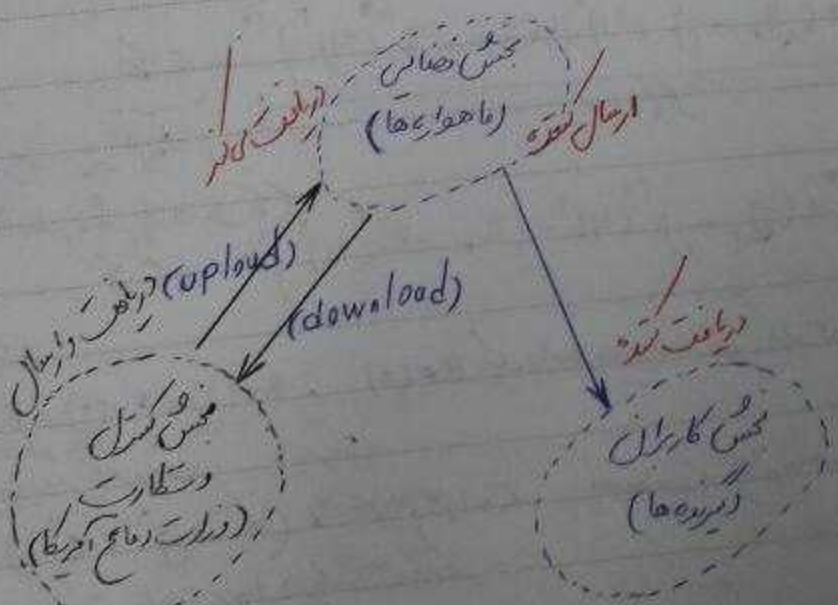
با این روش در صورت استفاده از GPS و مشاهدات کد غیر نظامی (C/A) به دقتی در حدود ۵ الی ۳۰ متر برای $\vec{r}$ دست پیدا می کنیم.

* اجزای یک سامانه GNSS:

۱- بخش فضایی (Space Segment)

۲- بخش کاربران (user segment)

۳- بخش کنترل و نظارت (control segment)



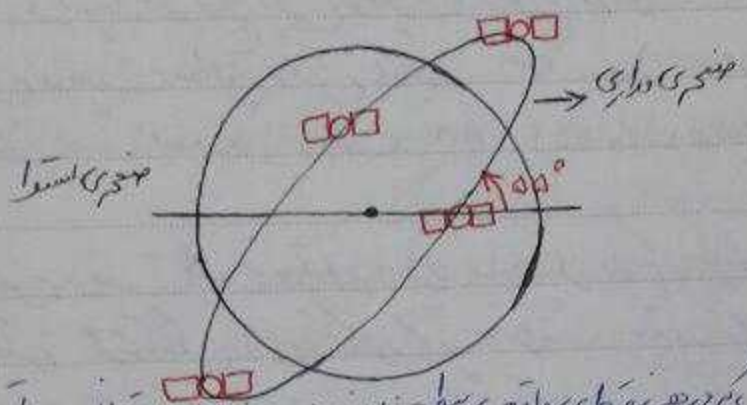
PAPCO

Subject:
Date

فرارام در مورد GPS بحث می شود:

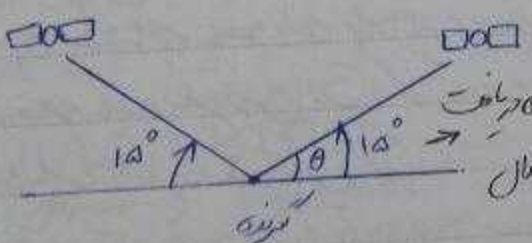
۱- ماهواره های GPS در ارتفاع تقریبی ۲۰,۲۰۰ km از سطح زمین قرار دارند.

۲- ماهواره ها در ۶ صفحه ی مداری با زاویه ی شیب ۵۵° نسبت به استوا قرار دارند و در هر صفحه ی مداری حدود ۴ تا ۵ ماهواره حضور دارد.



زاویه ی بین صفحات مداری با یکدیگر $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

۳- آرایش فضایی ماهواره ها به گونه ای است که در هر نقطه ی واقع بر سطح زمین در هر زمان می توان حداقل امواج ارسالی از ۴ ماهواره را دریافت کرد. البته باید توجه داشت اگر زاویه شیب سیگنال دریافتی از ماهواره از ۱۵° کمتر باشد به دلیل وجود موانع، جزء قطعی در اکثر اوقات قادر به دریافت امواج از ۸ ماهواره هستیم و با زاویه ی ۱۰° تا ۱۵° و ۱۱ ماهواره را هم می شود رصد کرد.



۴- هرچقدر θ کوچکتر باشد خطای ناشی از شکست اتمسفر بیشتر است و معمولاً θ < ۱۰° عملاً برای ناوبری هم استفاده نمی شود.

* بخش کاربران ۲ دسته هستند:

۱) کاربران غیرنظامی C/A

۲) " نظامی

۱- کاربران استفاده کننده از GPS برای ناوبری
۲- نقشه برداران یا کاربران ژئودزیکی

۵- از دیدگاه ناوبری کاربران ۲ دسته ی نظامی و غیرنظامی تفکیک می شوند، کاربران نظامی از گیرنده هایی استفاده می کنند که دارای دقت و تشخیص کد (P) با کد دقیق می باشند. دقت تعیین موقعیت آنها به حدود ۱۰ m می رسد.

۶- گیرنده های کاربران غیرنظامی از کد (C/A) استفاده می کنند که دقت آن در بهترین حالت (۵ تا ۳۰ m) است.

✓ توجه داشته باشید که گیرنده با استفاده از کد قادر به اندازه گیری شبه فاصله $R(t)$ می‌شود.

✓ در نقشه برداری ژئودزی می خواهیم مختصات گیرنده را دقت بالاتری تعیین کنیم ۱۱۱ ۰۰۰
و گیرنده ها بابت امید قابلیت استقرار روی ایستگاه نقشه برداری را به مدت طولانی (۶۰-۳۰) د
دارند. در اینجا دو نوع تعیین موقعیت مطرح می‌شود:

(۱) تعیین موقعیت مطلق دقیق با دقت cm ← (مخصوص ایستگاه های دائمی GPS) $(\delta x, \delta y, \delta z)$
(۲) " " نسبی با دقت mm $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ ← بین ایستگاه های نقشه برداری

برای تعیین موقعیت نسبی حداقل ۲ گیرنده نیاز داریم که به طور هم زمان روی ۲ ایستگاه مستقر شو
گیرنده ها از نوع کدی دارای تکنولوژی ۲ فرکانسه پیچیده تری هست و گیرنده های نادری دارند و
گران قیمت تر هستند و بهترین و دقیق ترین آنها این قابلیت را دارند که برای تعیین موقعیت از مشاهدات
فاز موج حامل استفاده می کنند.

مفهوم پایه GPS:

GPS سامانه‌ای ماهواره‌ای برای تعیین موقعیت و داری اشیاء ثابت روی زمین و
در نقاط بالای سطح زمین است که قادر به تعیین دقیق در کلیه شرایط آب و هوایی در کلیه ی نقاط
جغرافیایی واقع بر سطح زمین است.

مشخصات کلی GPS:

۱- ۲۴ ماهواره: ۲۱ ماهواره ی عملیاتی + ۳ ماهواره ی ذخیره
۲- ۶ صفحه ی مداری: با زاویه ی شیب ۵۵° نسبت به استوا و پریود گردش ۱۲ h و ارتفاع متوسط پرواز ۲۰۲۰۰ km بالای سطح زمین
۳- پوشش پیوسته ی جهانی برای کلیه ی نقاط واقع در سطح زمین
۴- ترکیب زمان سیگنال های GPS منگر دیزه (هم زمان سازی شده) است.
۵- ترکیب های موج حامل (ماکرو ویو) $L_1 = 1575,42$ MHZ و $L_2 = 1227,6$ MHZ

Subject:
Date: Moradi Motlagh

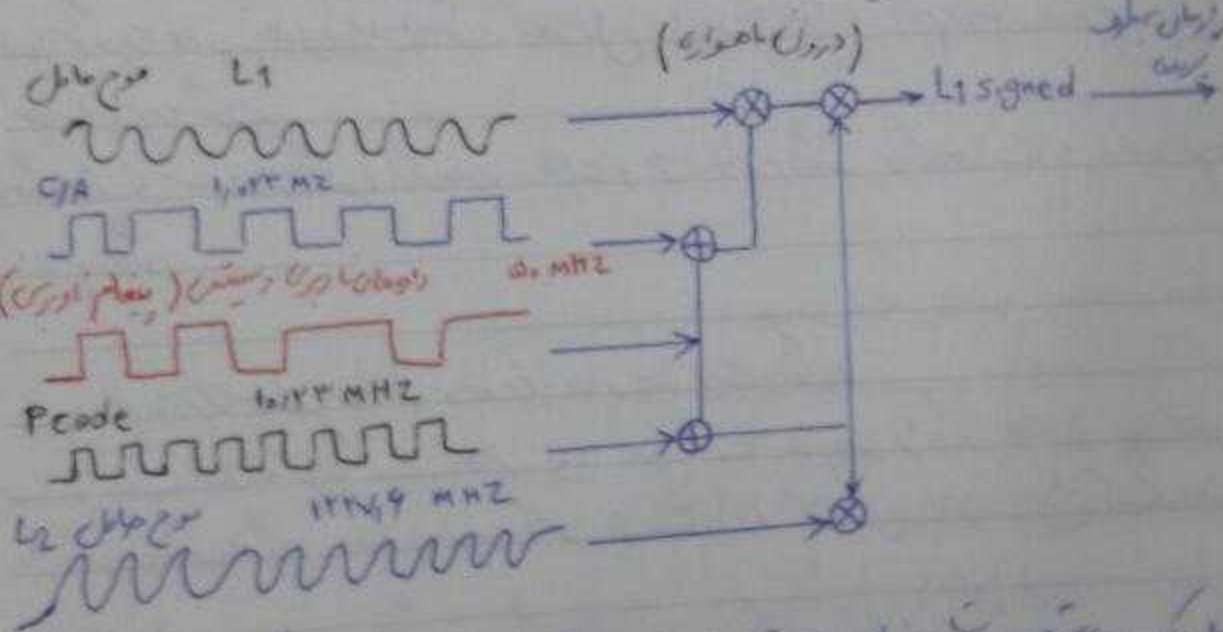
۶- برای برقراری ارتباط بین ماهواره و گیرنده (اعم از ثابت یا متحرک) باید بین گیرنده و ماهواره حداقل یک خط مستقیم برقرار باشد. گیرنده سیگنال را فقط از بالای افق دریافت می‌کند، سیگنال‌هایی که توسط ساختمان‌ها، درختان و توپوگرافی منطقه قطع شده و در تعیین موقعیت استفاده نمی‌شوند.

در مناطق شهری و جنگل‌ها و مناطق کوهستانی محدودیت‌هایی برای استفاده از GPS بوجود می‌آید و در مقابل در دشت‌ها و بیابان‌ها این محدودیت‌ها کمتر است و از GPS به راحتی می‌توان استفاده کرد.

۷- در روی کد با اهمیت نویز شبه تصادفی (PRN) نام‌های کد (C/A) و کد (P) در روی ماهواره تولید می‌شوند تا اسم ماهواره‌ها در روی سیگنال‌های حامل قرار بگیرد.

کد (C/A) منتشر روی L_1 و کد (P) بر روی L_1 و L_2 قرار می‌گیرد.

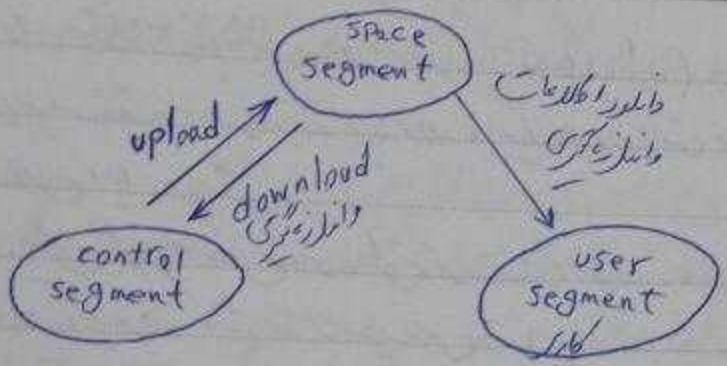
در این گیرنده‌ها از اطلاعات کد شبه فاصله بین گیرنده و ماهواره استفاده می‌شود.



پیغام ناوبری شامل یک سری تصحیحات (مقادیر سلامت ماهواره، مختصات مداری، اطلاعات کلی شناسایی ماهواره‌ها، تصحیحات اتمسفر و اطلاعات ماهواره‌هاست) که مستقیماً برای ایجاد موقعیت توسط گیرنده استفاده می‌شود.

کنترل عملکرد و پیغام ناوبری توسط ایستگاه‌های کنترل GPS بر ماهواره‌ها انجام می‌شود. (upload) شروع می‌شود.

Subject:
Date:



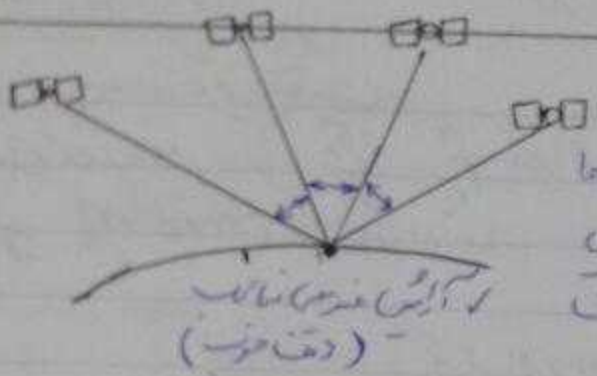
۸* گیرنده های GPS از یک دیدگاه دو نوع تبدیل تقسیم می شوند:
- تک فرکانسی و یا دو فرکانسی
گیرنده های تک فرکانسی فقط L1 را دریافت می کند و گیرنده های دو فرکانسی هم L1 و هم L2 را دریافت می کند
گیرنده های دو فرکانسی تخصصی و برای کاربران خاص GPS است.

۷- در دل گیرنده امواج حامل تولید می شود و دو عمل دی مدولاسیون انجام می شود و موج حامل از کد و پیغام ناوبری جدا سازی می شود.
* مشاهدات شبه ماهواره ای کدهای C/A و P انجام می شوند و مشاهدات فاز امواج حامل L1 و L2 انجام می شود.

۹- پیغام ناوبری ماهواره سیستم برروی L1 و L2 ارسال می گردد.
۱۰- دقت اندازه گیری فاصله ماهواره تا گیرنده ۱۵ الی ۳۰۰ سانتی متر برای کد C/A و ۱۵ الی ۳۰ سانتی متر برای کد P می باشد. البته دسترسی به کد P فقط برای کاربران نظامی (ارتش آمریکا و متحدانش) امکان پذیر است.
کدهای C/A و P را می توان، حرکش های اندازه گیری شبه ماهواره ای شبیه کرد - طوری که در حرکت بودی کد P دقیق تر از دیگر بدن کد P/A است. دقت اندازه گیری فاصله ماهواره تا گیرنده با کد P ۶ تا ۱۰ برابر بهتر از کد C/A است.

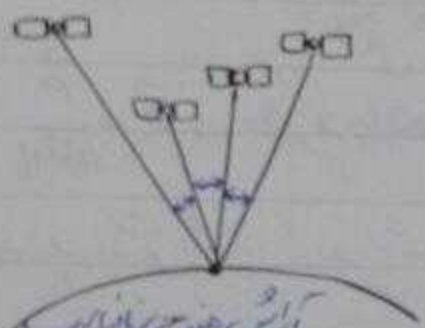
۱۱- دقت اندازه گیری ماهواره با موجود حامل کوچکتر و یا مساوی ۵ میلی متر است.
۱۲- آرایش هندسی ماهواره ها در فضا برروی دقت تعیین موقعیت توسط GPS تاثیر گذار است، بنابراین لازم است موقعیت قرارگیری ماهواره ها نسبت به گیرنده برای اطمینان از کیفیت تعیین موقعیت

Subject:
Date:



پراکندگی نقاط ماهواره‌ها
مناسب است و دارای بیش
انواع جهات گوناگون است

آرایش هندسی مناسب
(دقت خوب)



آرایش هندسی نامناسب
دقت تعیین موقعیت نامناسب

* دقت تعیین موقعیت گیرنده : دو عامل بستگی دارد:

۱- تعداد ماهواره‌های دریافتی
۲- آرایش هندسی ماهواره‌ها

بنابراین در شرایط یکسان و زمان مختلف، دقت تعیین موقعیت
یک گیرنده تغییر می‌کند.

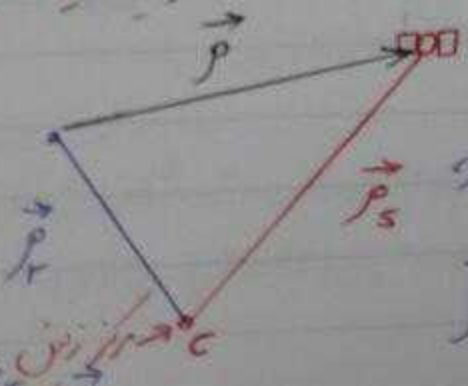
اطلاعات مربوط به وضعیت ماهواره‌ها از طریق پیام ناوبری توسط
ماهواره‌ها به گیرنده‌ها ارسال می‌شود. گیرنده GPS این
پیام را دریافت کرده و برای برآورد موقعیت خود مورد
استفاده قرار می‌دهد.

* گیرنده‌های GPS عموماً برای ۳ منظور خاص مورد استفاده قرار می‌گیرند:

۱- تعیین موقعیت (گیرنده ساکن) ⟵ هم مشاهدات فازی و هم ناوبری
۲- " سرعت (گیرنده متحرک)
۳- " پارامترهای وضعیت (گیرنده متحرک) } کاربرد ناوبری

گاهی اوقات این عملیات به صورت آنی (real time) انجام می‌شود.

(۱) تعیین موقعیت گیرنده:



$\vec{\rho}$: بردار موقعیت ماهواره $\vec{\rho}^s = \begin{pmatrix} x^s \\ y^s \\ z^s \end{pmatrix}$ $\vec{\rho}_r = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{pmatrix}$

موقعیت یک گیرنده تابعی از مکان می‌باشد ⟵ $\vec{\rho}^r = \vec{\rho}^s(t)$

مشاهده شده ⟵ $R = \rho + c\delta$ ⟵ معادله پایه گیرنده‌ها

$\rho = \|\vec{\rho}\|$

با تشکیل چهار معادله چهار مجهول $\vec{\rho}_r$ و δ برآورد می‌شود.

بردار اختلاف موقعیت گیرنده از ماهواره

PAPCO

Subject:
Date

آنالیز عددی فرق

X (۲) تعیین سرعت گیرنده‌ی متحرک:

اکنون تصور داریم $\vec{P}_{r_0} = \frac{d\vec{P}_r}{dt}$ بردار سرعت گیرنده است. تعیین کنیم، که برای اینکار از مشاهدات داپلر (doppler) استفاده می‌شود.

$$\rho = \|\vec{P}_s - \vec{P}_r\|$$

اگر از ρ (تابعه‌ی هندسی بین گیرنده و ماهواره) مشتق بگیریم:

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \frac{\vec{\rho}\,.\,\dot{\vec{\rho}}}{\|\vec{\rho}\|} = \frac{(\vec{P}_s - \vec{P}_r)\cdot(\dot{\vec{P}}_s - \dot{\vec{P}}_r)}{\rho} = \vec{\rho}_0 \cdot \dot{\vec{\rho}}$$

سرعت تابعی

که در آن $\vec{\rho}_0 = \frac{\vec{\rho}}{\|\vec{\rho}\|}$ ← بردار یکه‌ی اختلاف مختصات گیرنده از ماهواره

مشاهده‌ی داپلر از مشتق گیری از مشاهده شبه تابعه بدست می‌آید. (سرعت نور)

مشاهده‌ی داپلر

$$D = \dot{R} = \frac{dR}{dt} = \dot{\rho} + c\dot{\delta} \rightarrow$$

مشتق ظاهر ساعت گیرنده نسبت به زمان

(سرعت نور (ثابت))

و معادله‌ی نهایی برای تعیین بردار سرعت گیرنده به صورت زیر است:

$$D = \frac{(\vec{P}_s - \vec{P}_r)\cdot(\dot{\vec{P}}_s - \dot{\vec{P}}_r)}{\|\vec{P}_s - \vec{P}_r\|} + c\dot{\delta}$$

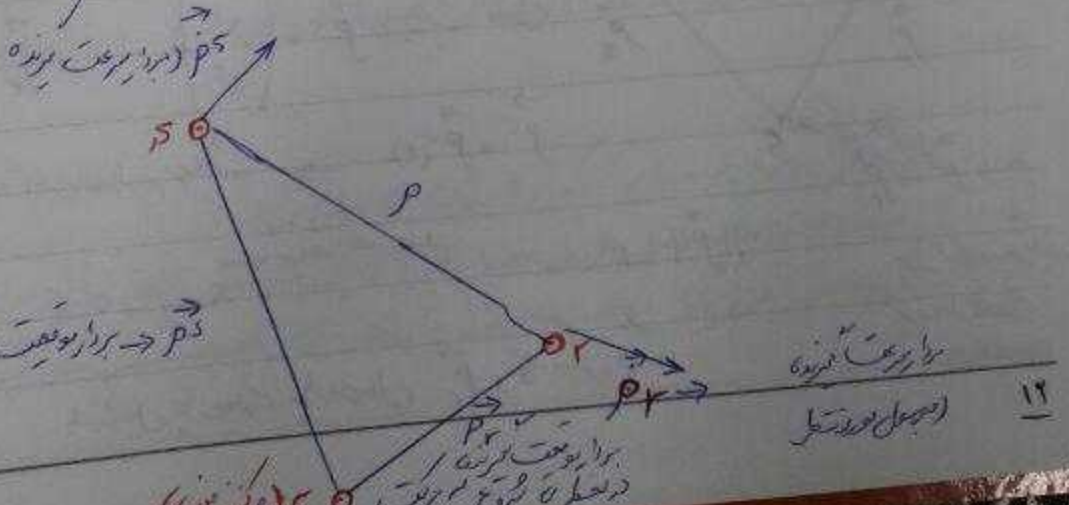
(معلوم، معلوم، معلوم، مجهول بردار سرعت)

توسط گیرنده قابل اندازه‌گیری می‌شود (مشاهده)

مجهول

$\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt}$ ← بایس ساعت گیرنده

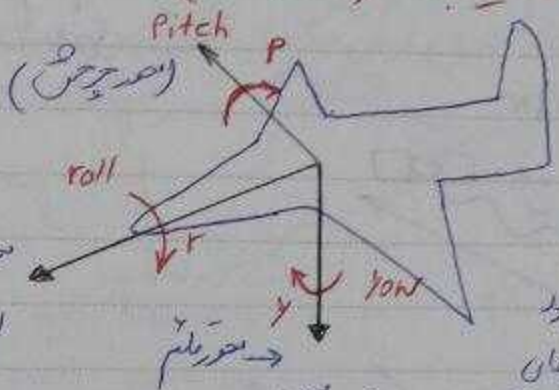
(با هم چهار مجهول داریم برای حل کامل به چهار معادله نیاز داریم)



PAPCO

Subject:
Date Maradi motlagh

(۳) تعیین پارامترهای وضعیت هواپیما و کشتی در حالت 3 بعدی (Attitude):



✓ ناوبری هواپیما و کشتی این 3 بعد انجام می‌شود.
حول هریک از محورها براساس چرخش انگشتان دست راست، سه زاویه (P و R و Y) تعریف می‌گردد که اینها همان پارامترهای Attitude یا پارامترهای وضعیت جسم پرنده یا شناور هستند و برای ناوبری آن نیاز به تعیین آنها به صورت آنی می‌باشد.

- از دیگر جنبه‌های نحوه‌ی تعیین این سه پارامتر، مقاوم‌سازی می‌شود ولی باید توجه داشت که GPS قابلیت تعیین این پارامترها را به صورت آنی دارد - البته در گذشته و حال این پارامترها با سامانه‌های ناوبری اینرسیال به صورت جهت‌گیری و سکو و می‌باشد تعیین می‌شده و می‌شود.

*اصطلاحات فنی سامانه‌های GNSS:

۱- شبه فاصله‌هایی که در مقابل شبه فاصله‌های مازاد قرار دارد.
الف) بطور معمول مشاهدات در تعیین موقعیت ماهواره‌ای، شبه فاصله‌های بدست آمده از اختلاف بین سیگنال‌های کد دار شده‌ی ماهواره (P و C/A) با گیرنده می‌باشد. با مشاهدات از اندازه‌گیری فاز حامل مشاهدات، فاز موج حامل (L1 و L2) هستند.

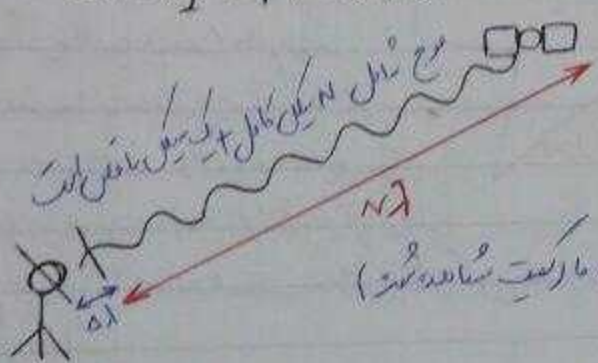
ب) دقت مشاهدات کد، در حد چند متر است. (در اندازه‌گیری) درحالیکه دقت مشاهدات فاز حامل در حد میلی متر است. البته با تکنیک‌های خاص هموارسازی (smoothing) می‌توان دقت اندازه‌گیری کد را بهبود داد.

ج) یکی از معایب فاصله فاز این است که هنگام ایجاد گسیختگی، عدد صحیح است، مجهول می‌باشد، درحالیکه مشاهدات کد بطور کلی فاقد ابهام هستند.

Subject:
Date:

د) تعیین ابهام فاز: در این گیرنده و هر یک از ماهواره های GNSS یکی از سئوال کلیدی در تعیین موقعیت دقیق ماهواره ای است

$$\Delta\lambda = \lambda\phi = \rho + c\delta + \lambda N$$



ϕ ≡ فاز موج حامل (همان مشاهده ی فازی که شنیده شد)

λ = طول موج حامل (L1 یا L2)

$\Delta\lambda$ = " " سیکل ناقص

N = تعریف ابهام فاز

Pseudo Range

$(P_{L_i})R = \rho + c\delta$

* مشاهده کد :
(البته در معادله آن گرفتار شدیم، عدد صحیح منفی خواهد بود اگر اینطور نبود، عدد صحیح مثبت است)

$$\Delta\lambda = \rho - \lambda N + c\delta$$

۲- تعیین موقعیت مطلق در مقابل نسبی:
مختصات یک نقطه تکی با تعیین موقعیت نقطه ای تعیین می گردد. در این نوع از تعیین موقعیت یک گیرنده تکی داریم که شبکه ماهواره ها را از حداقل ۴ ماهواره اندازه گیری می کند.
در این روش تعیین موقعیت مطلق هم می گویند که در مقابل تعیین موقعیت نسبی قرار دارد.

معمولاً دقت تعیین موقعیت مطلق برای بسیاری از کاربردها مطلوب نیست. روش هایی برای بهبود آن وجود دارد که مهم ترین آن استفاده از DGPS است. تعیین موقعیت دیفرانسیلی یا درواقع DGPS نوعی تعیین موقعیت مطلق بهبود یافته است که دقت آن به حدود ۱ متر

PAPCO

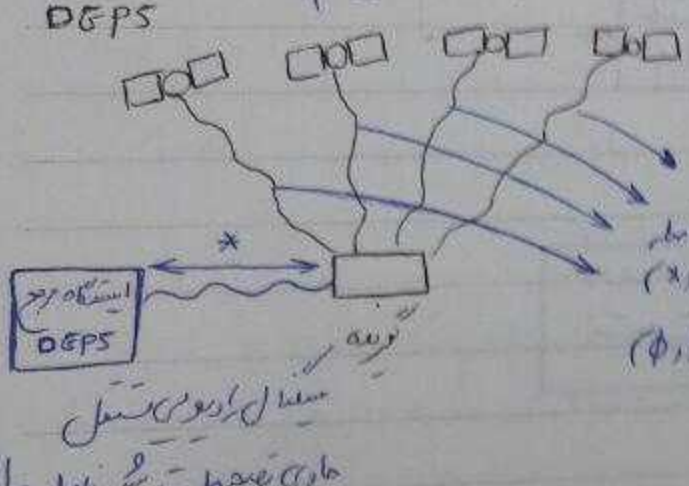
Subject:
Date

تعیین موقعیت مطلق تفاضلی یا اصطلاحاً دیفرانسیل DGPS (Differential) تصحیحاتی برای خطاهای شبه فاصله‌ها ایجاد می‌کند. این تصحیحات توسط گیرنده‌ای با موقعیت معلوم محاسبه و سپس از طریق ایستگاه پخش به گیرنده‌های متحرک ارسال می‌گردد. با کمک این تصحیحات دقت تعیین موقعیت به حدود چند متر یا کمتر می‌رسد.

تعیین موقعیت مطلق تفاضلی

دقت: چند سانتی متر (البته کمتر از ۳ متر مسطحاتی است)

منظور از گیرنده ثابت مرجع یا پایه است که مختصات آن با دقت بالا معلوم است. GPS بین ۲ تا ۳ برابر مقدار تعیین موقعیت مسطحاتی است.

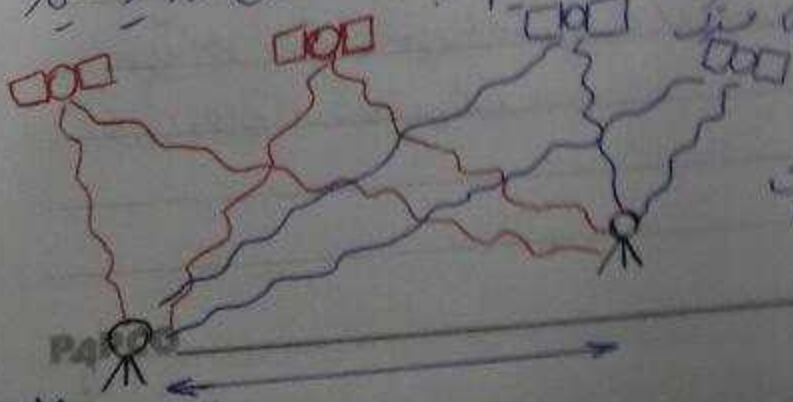


از محدوده کار DGPS برای ناوبری دقیق استفاده می‌شود.

(*) انتشار Data تصحیحات توسط استمداد ماهواره.

- اعمال تصحیحات دریافتی از ایستگاه مرجع به شاهدهای شبه فاصله موجب می‌شود که دقت تعیین موقعیت چند متر و حتی چند سانتی متر (و یا کمتر) باشد.

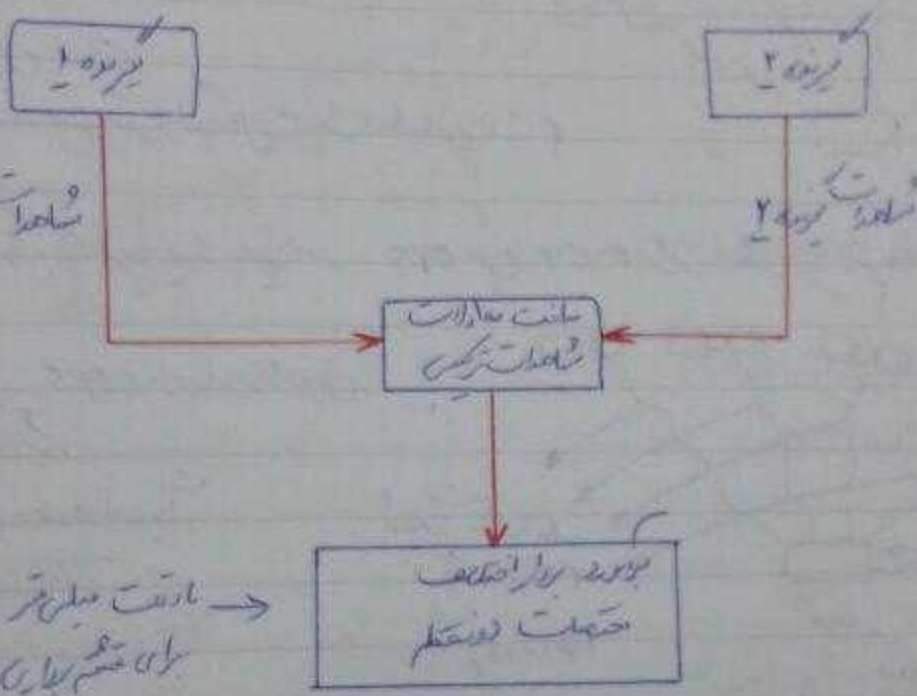
- تعیین موقعیت نسبی همزمان ممکن است گیرنده داشته باشیم که به صورت همزمان اقدام به رصد شاهدهای گیرنده‌ها (یا یکی از گیرنده‌های شبکه) از مجموعه‌های شبکه انجام دهند.



$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

بردار تفاضل مختصات بین نقاط

- شاخصات انجام شده توسط دو گیرنده اصم ترکیب می‌شوند. کمیت‌های مجهول که همان عناصر بردار مختصات نامعلوم است (4) از حل دستگاه معادلات شاخصات ترکیبی مطابق شکل زیر به دست می‌آید.



- همواره عنصر بردار با بهبود آن قابل انجام است و معادلات بدین نوع عنصر موقعیت به شکل پیوسته می‌باشد.

- حاصل ساخت معادلات شاخصات ترکیبی، حذف خطای عمده از ساعات سینماتیک اندازه‌گیری GPS است.

- حداقل سی موقعیت مستقل (دو ایستگاه ثابت) انجام شود و نیز موقعیت مطلق نیز اندازه‌گیری شده باشد.

Subject:
Date

۳- تعیین موقعیت استاتیک در مقابل کینماتیک: دینامیک ایستا است، کینماتیک متحرک است.

Static ← ایستا kinematic ← متحرک

منظور از نام گذاری به این است در تعیین موقعیت استاتیک گیرنده روی یک ایستگاه ثابت است در کینماتیک گیرنده حال حرکت و ظهور است.

الف) تلفیق موقعی سیگنال در مُد (Mode) استاتیک و اندازه‌ی کینماتیک کدام است.

ب) این حالت کینماتیک و دینامیک توام داشت. واژه‌ی کینماتیک توصیف کننده‌ی هندسی حاصل حرکت است. دستگاه‌های دینامیک به نیروهایی که باعث حرکت می‌شوند، اشاره دارد.

ج) در مساحی‌های معمولی که می‌شود، در حالی که موقعیت یک وسیله‌ی متحرک را با استفاده از موقعیت نقاط ثابت محاسبه می‌کردند، به عنوان یک فرایند کینماتیک شناخته می‌شد.

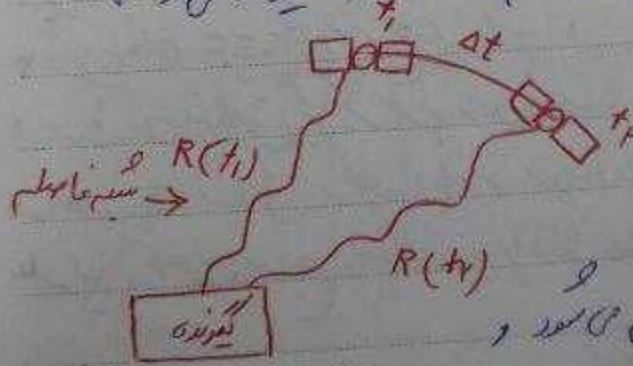
۴- پردازش آنی در مقابل پس پردازش:

الف) در این موقعیت آنی نتایج باید در سر زمین بصورت فوری در دسترس باشد.

ب) در مورد شاخصات تک فرکانسه (opech) برای حاصل استفاده شده و از زمان محاسبه صرف نظر شود، نتایج کنترل این نامیده می‌شود.

۵- تعیین موقعیت فوری آنی:

این محاسبات با تأخیر و بر اساس چند اک شاخصات انجام می‌شود (با تأخیر زمانی کوتاه)



$\Delta t = 5^{s}$ یا 10^{s} ← نرخ زمانی شاخصه

$R(t_1)$ ← یک اک شاخصات

در حالت پس پردازش اطلاعات از گیرنده به کامپیوتر منتقل می‌شود و نیست کاربران برای پردازش محاسبات نیستند داریم.

PdPCO

Subject:
Date

فصل دوم:

* دستگاه های مختصات و سیستم های زمان:

ماهواره های GNSS حول زمین از زمان گردش میکنند: $\vec{\rho^s} = \vec{\rho^s}(t)$

سیستم GPS، سیستم GNSS است که عمدتاً روی سطح زمین انجام می شود. با توجه به توصیف شده در GPS، جهت
ماهواره ها و تغییر دیگر مدار ماهواره ها تعریف نشوند
توقعیت ماهواره ها و تغییر دیگر مدار ماهواره ها تعریف نشوند

* تذکر مهم: دیگر این است:
به کمک اکلاعات مداری ماهواره، می توان در هر لحظه مختصات آن $\vec{\rho^s}$ را تعیین کرد.

* در اینجا با دو نوع از دستگاه های مختصات کار داریم:
۱- دستگاه مختصات توصیف کننده ی موقعیت گیرنده
۲- " " " " " ماهواره

* دستگاه های مختصات زمین بسته ی زمین مرکز: Earth_fixed, Earth_centered
۱- دستگاه مختصات زمین بسته، دستگاه مختصاتی است که با همراه زمین دوران می کند
۲- " " زمین مرکز، همان مرکز ستاره ای است که مبنای آن مرکز جرم زمین می باشد

به طور خلاصه از موقعیت مکانی ایستگاه های ثبت زمینی واقع بر سطح زمین، در یک دستگاه مختصات ECEF بیان می شود

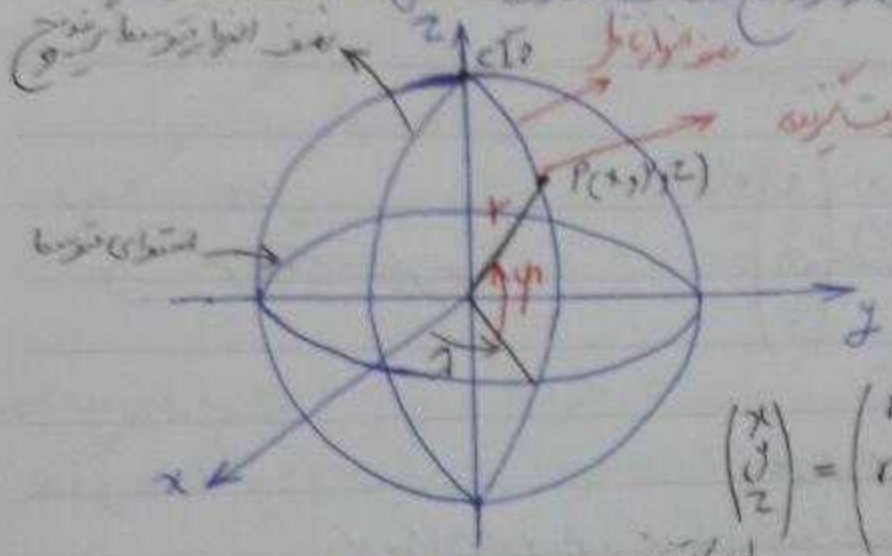
* ویژگی های ECEF به شرح زیر است:
۱- مبدأ آن منطبق بر مرکز جرم زمین است.
۲- محور Z منطبق بر محور دورانی متوسط زمین است و جهت مثبت آن از CIO عبور می کند.
۳- بنابراین محور مرجع اولیه ی آن استوای متوسط می باشد
۴- محور مرجع گذرنده از آن محور ی بین نصف النهار متوسط گرینویچ است و محور * در این صفحه قرار دارد.
۵- محور Y طوری تعیین می شود که دستگاه مختصات راست گرد باشد.

PAPCO

Subject:
Date:

سیستم مختصات ECEF دستگاه مختصات قراردادی زمین یا CTS هم می‌گویند.

برای نمایش مختصات در ECEF معمولاً از همان مختصات کارتزین و نمایش خطا استفاده می‌کنیم.



ϕ = عرض ژئوسنتریک

λ = طول "

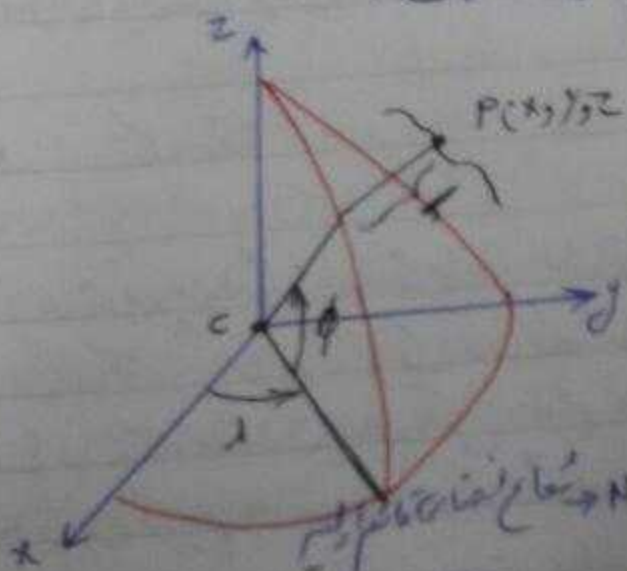
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\phi\cos\lambda \\ r\cos\phi\sin\lambda \\ r\sin\phi \end{pmatrix}$$

مختصات کارتزین

مختصات کروی یا

همانطور که می‌دانید ECEF یک دستگاه مختصات ژئوسنتریک هم‌چرخش با کره زمین می‌باشد و مرجع آن با استفاده از کره مطابق زمین است. ECEF دارای محور x در راستای تقاطع صفحه استوا و نصف‌النهار مبدأ و محور z در راستای قطب شمال می‌باشد و محور y نیز عمود بر صفحه xz و در راستای تقاطع صفحه استوا و نصف‌النهار ۹۰ درجه شرقی است.

بنابراین حالت دستگاه مختصات ژئوسنتریک محلی مطابق با ECEF است.



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{ECEF} = \begin{pmatrix} (N+h)\cos\phi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\phi\sin\lambda \\ (N(1-e^2)+h)\sin\phi \end{pmatrix}$$

ϕ = عرض ژئوسنتریک

N = شعاع انحنای عمود اول $= \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\phi}}$

$e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$ ← مربع اول خروج از مرکزیت بیضی

مختصات ژئوسنتریک محلی یا ECEF یا CTS

Subject:
Date:

* مورد در تبدیلات بین دستگاه‌های مختصات دوبدی:

اگر دو دستگاه مختصات دوبدی تعریف داشته باشیم که هر دو دست راستی و یا دست چپی بوده نسبت بهم دوران داشته باشند و هم مبدا نیز نباشند و مبدا آنها نیز متفاوت باشد،

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \mu R(\alpha,\beta,\gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{old}$$

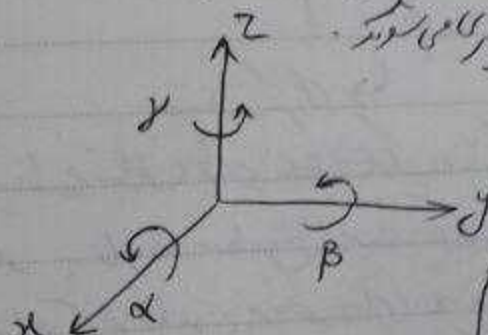
برداری انتقال

ماتریس دوران (دوبدی)

μ = ضریب مقیاس

$$R(\alpha,\beta,\gamma) = R_3(\gamma)\,R_2(\beta)\,R_1(\alpha)$$

* زوایای α و β و γ پادساعتگرد (مثلثاتی) تعریف می‌شوند.
* با گردش انگشتان دست راست توجیه می‌شوند.



اگر زوایا دوران جزئی باشند:

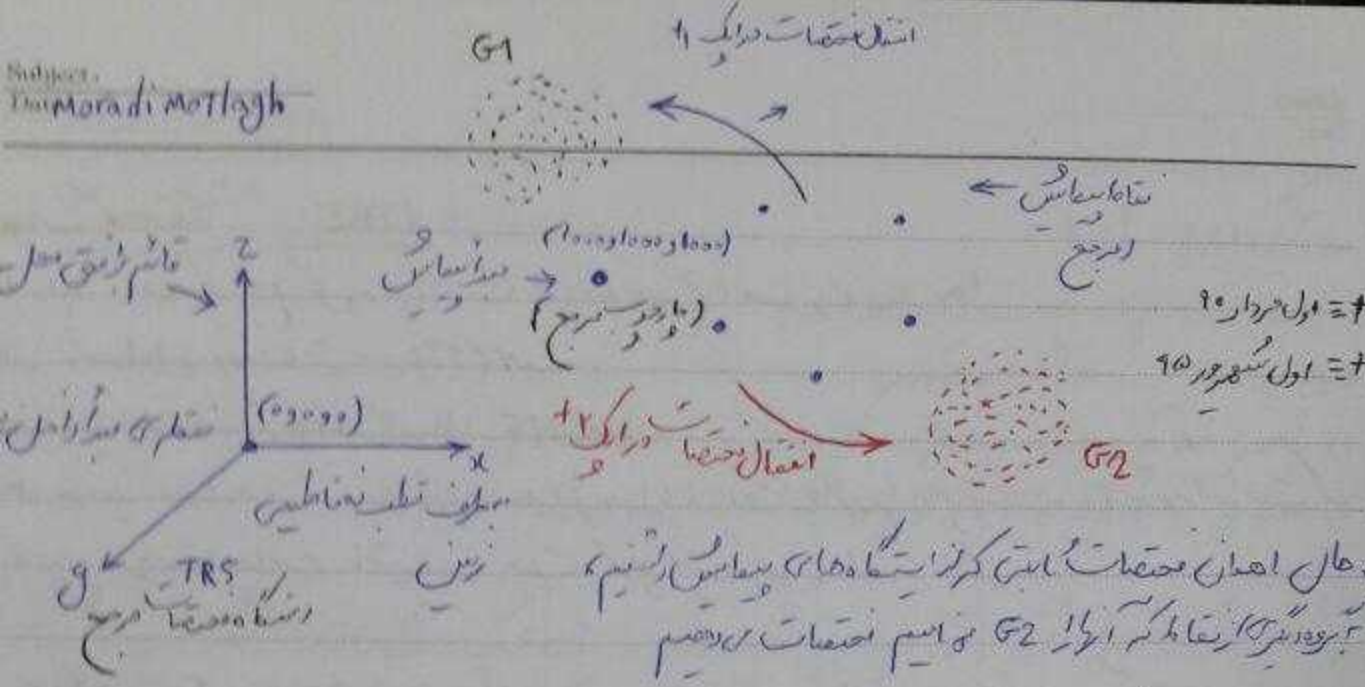
$$R = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix}$$

۳- دستگاه مختصات مرجع زمینی TRS و دستگاه مرجع زمینی TRF :

یک شبکه‌ی پیمایشی در نظر گرفته و برای سطحی از کشور کنید، شبکه‌ای از نقاط را در نظر گرفته که از آنها برای انجام پروژه‌های مختلف استفاده می‌کنند. برای آن یک دستگاه مختصات اختیار می‌کنیم. مبدأ دستگاه مختصات را در داخل زمین قرار می‌دهیم. محور z را بر آن در راستای قطب شمال جغرافیایی و محور x را در راستای محل تلاقی نصف‌النهار گرینویچ با استوا در نظر می‌گیریم. با استفاده از این شبکه‌ی پیمایشی یک سری از نقاط که آنها را گروه 1 (G1) می‌نامیم مختصات می‌دهیم. مدت زمان سپری شده از لحظه‌ی تعریف شبکه ۵ سال، فرض می‌کنیم که در طی این مدت نقاط پیمایشی ما به دلیل حرکت پوسته‌ی زمین، بطور یکپارچه دوران کرده و جابجا شده‌اند.

PAPCO

Subject:
Tim Moradi Motlagh



در حال اهمان مختصات ثابت کره را ایستگاه‌های پیمایش داشتیم، تغییرات کره را نقاط که آنها را G2 می‌نامیم مختصات می‌دهیم

* آیا ایستگاه مختصات نقاط G1 و G2 یکسان است؟ خیر، زیرا که چارچوب مرجع با یکی شده از چارچوب مرجع و تنش تغییر می‌کند که شبکه‌ی نقاط مرجع (نقاط پیمایش) دچار جابجایی و دوران شده

* تعریف چارچوب مرجع زمینی TRF :
برای داشتن یک چارچوب مرجع نیاز به داشتن شبکه‌ای از نقاط داریم و یک دستگاه مختصات مرجع، و اینکه دانش نقاط شبکه چارچوب مرجع به وجود می‌آید.
چارچوب مرجع مامل تحقق پذیری (realization) یک دستگاه مختصات مرجع است (TRS) و طریق چارچوب مرجع است که امکان انتقال مختصات، نقت از دستگاه مختصات مرجع فراهم می‌شود.

نقاط شکل هندسی — قراردادی TRS — متغیر TRF

- برای مثال خودمان را بگذاریم، با اول که در زمان t1 از نقاط پیمایش مختصات می‌دهیم، چارچوب مرجع TRF1 را تعریف می‌کنیم. برای آنکه نقاط G1 و G2 در یک دستگاه مختصات واحد یعنی TRS قرار گیرند باید بیش از ۵ سال یعنی در ایک دوم، در ابتدا باید مجدداً مختصات جدید نقاط پیمایش را نسبت به TRS تعیین کنیم - یعنی نیاز به یک realization جدید از TRS داریم. با اینکار چارچوب مرجع جدیدی با نام TRF2 تعریف می‌گردد. رابطه‌ی بین این دو چارچوب مرجع به صورت زیر است:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{TRF2} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \mu R(\alpha,\beta,\gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{TRF1}$$

Subject:
Date:

* دستگاه مختصات ITRS :

۱- مبدأ آن مرکز جرم کل زمین (با احتساب اقیانوس‌ها و اتمسفر) است.
۲- واحد طول در آن متر (SI) است.
۳- در تعیین مختصات ایستگاه‌های آن از CTS استفاده می‌شود.
۴- توجیه آن (جهت محورهای آن) با استفاده از رصدهای نجومی (یا آزیموت‌های نجومی) به گونه‌ای است که هیچ سرعت دورانی باقی‌مانده نسبت به پوسته‌ی زمین نداشته باشد.

ITRS توسط IERS (خدمات زمین دینامیکی و مکانیک سماوی) تعریف می‌گردد.
مرجع زمینی مرجع بین‌المللی ITRF حاصل تحقق پذیری ITRS در یک سال‌های زمانی مختلف است و شامل تعدادی ایستگاه‌های گسترده در سراسر کره‌ی زمین است.

ITRF برای یک‌های زمانی (1988 تا 2015) به صورت سالانه تعریف شده است و پارامترهای هر یک زمانی (دوران - انتقال - مقیاس) همگی با تغییر زمانی 1 تا 2 سانتی‌متر بر زمان ماشین متغیر می‌شوند.

$$\mu = 0/999999989$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{ITRF90} = \begin{pmatrix} 0/065 \\ -0/517 \\ -0/223 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 & -0/007'' & -0/0002'' \\ 0/007'' & 1 & -0/0183'' \\ 0/0003'' & 0/0183'' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{WGS84}$$

* دستگاه مختصات اینرسیال زمین مرکز : (ECI)

به منظور توصیف حرکت ماهواره‌ها، GPS از یک دستگاه مختصات اینرسیال تعریف می‌کند، حرکت ماهواره‌ها را در این سیستم مکانیک ماهواره‌ها تعیین می‌کند و مکانیک سماوی تنها از یک دستگاه مختصات اینرسیال استفاده دارد.

دستگاه مختصات اینرسیال زمین مرکز دستگاه مختصاتی است که در آن برای توصیف حرکت ماهواره و حرکت آن نیروی مؤثر جاذبه‌ی زمین استفاده می‌گردد.

Subject:
Date Moradi motlagh

* ویژگی های ECI :

۱) مبدأ آن مرکز جرم زمین است (ژئوسنتریک)
۲) محور z از cTo عبور می کند
۳) محور x آن به طرف نقطه ی γ در زمان 2000.0 ژ (ساعت ۱۲ ظهر اول ژانویه ی سال ۲۰۰۰) می باشد
۴) محور y آن طوری تعریف می شود که دستگاه مختصات دست راستی باشد

* به دلیل حرکت همراه اشتباه مرکز جرم زمین حول خورشید ECI یک دستگاه مختصات شبه اینرسیال (تقریباً اینرسیال) است و بنابراین تصحیحات نسبیتی باید در مورد آن به حساب آورده شود
(منظور تصحیحاتی مرتبط با انحنای فضا-زمان است)

- این دستگاه مختصات حول خورشید دوران می کند اما نسبت به cTo دورانی ندارد، یعنی به همراه زمین حرکت انتقالی دارد، اما حرکت وضعی انجام نمی دهد به همین دلیل آن دستگاه مختصات ECSF هم می گویند:

Earth-centered space-fixed
زمین مرکز — فضا ثابت
(دستگاه مختصاتی که به همراه زمین حرکت دورانی انجام نمی دهد)

* رابطه تبدیل بین دستگاه های مختصات:

$$r_{ECEF} = R_m R_S R_N R_P \, r_{ECI}$$

- r_{ECEF}: مختصات برداری در دستگاه مختصات زمین ثابت (مناسب برای توصیف مختصات گیرنده) (به همراه زمین دوران می کند)
- $R_m R_S R_N R_P$: ماتریس های دوران ۳ بعدی
- r_{ECI}: مختصات برداری در دستگاه مختصات فضا ثابت (مناسب برای توصیف مختصات ماهواره) «تقریباً اینرسیال» (به همراه زمین دوران نمی کند)

- دو دستگاه مختصات هم مرکز و هم دست راستی هستند، بنابراین اختلاف آنها ناشی از دوران آنهاست.

Subject:
Date:

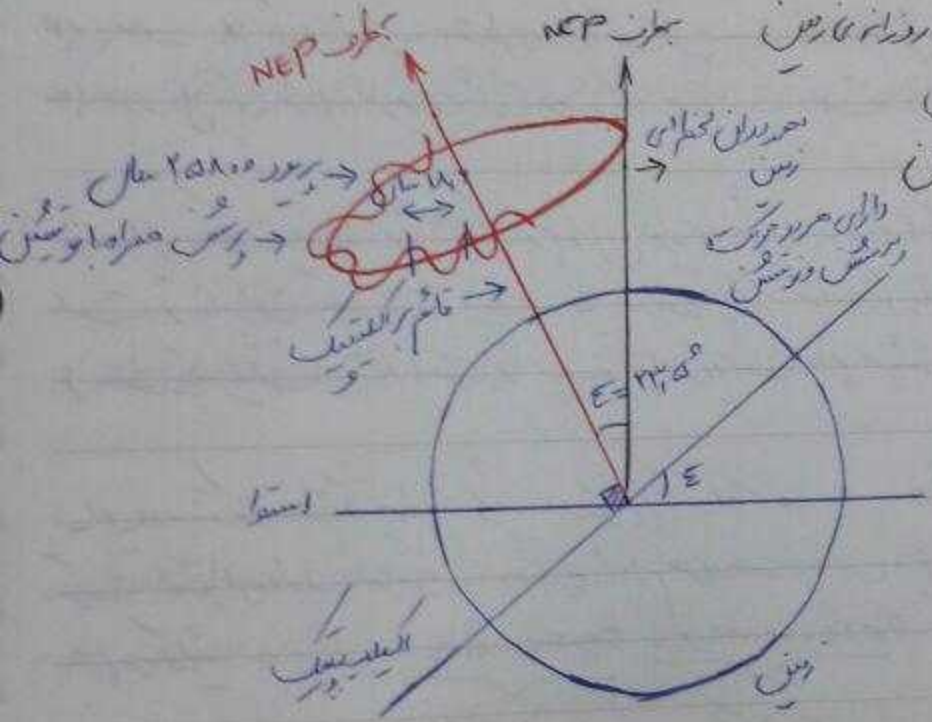
در دستگاه ECEF همان TRS و همان CTS است.

$R_M \equiv$ ماتریس دوران ناشی از حرکت قطبی (Polarmotion)

$R_S \equiv$ " " مرتبط با حرکت روزانه زمین

$R_N \equiv$ " " مرتبط با نوتیشن

$R_P \equiv$ " " مربوط به پرسشن



دستگاه مختصات EC1 متصل از پرسشن و نوتیشن است (همچنین حرکت قطبی است)، حال آنکه ECEF هر ۳ حرکت را انجام می‌دهد، بنابراین در تبدیل بین این ۲ باید این سه حرکت لحاظ گردد.

ماتریس پرسشن

$$R_P = R_3(-z)\,R_2(\theta)\,R_3(-\zeta)$$

که در آن z, θ, ζ توابعی از پرسشن هستند

$$z = 2304.218\,T + 1.0947\,T^2 + 0.0182\,T^3 = z(T)$$

$$\theta = 2004.31\,T - 0.4243\,T^2 - 0.0412\,T^3 = \theta(T)$$

$$\zeta = 2306.2\,T + 0.3\,T^2 + 0.018\,T^3 = \zeta(T)$$

که در آن T زمان اندازه‌گیری برحسب قرن‌های دوران سپری شده از مبدأ زمانی J2000.0

PAPCO

Subject:
Date

$$R_N = R_1(-\varepsilon - \Delta\varepsilon) R_3(-\Delta\psi) R_1(\varepsilon)$$

← ماتریس دوران نوتیشن

ε ← زاویه اصلی محوری متوسط بین در زمان مورد نظر

$$\varepsilon = 84381.448'' - 46.8150''\,T - 0.00059''\,T^2 + 0.001813''\,T^3$$

$\varepsilon = \varepsilon(\vec{T})$ زمان

$\Delta\psi$ و $\Delta\varepsilon$ زوایای نوتیشن هستند که اندازه‌ی آن‌ها توسط IERS ، IAU مشخص می‌گردد

IAU = اتحادیه بین‌المللی نجوم

IERS = مؤسسه بین‌المللی دوران زمین

* حرکت سوم حول دوران محلی زمین حرکت قطبی می‌باشد

$$R_M = R_2(-x_p) R_1(-y_p) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix}$$

← این ماتریس اصلاح در تبدیل بین ITS و CTS

ماتریس دوران زمین $R_S = R_3(GAST)$

GAST = زمان ظاهری متوسط گرینویچ

$$GAST = GMST + \Delta\psi \cos\varepsilon + 0.00264'' \sin\Omega + 0.000063'' \sin 2\Omega$$

GMST = زمان متوسط نجومی گرینویچ

Ω = طول متوسط نقطه‌ی صعود راه

$$GMST = GMST_0 + \alpha UT1$$

$$\alpha = 1.00273790935 + 5.9 \times 10^{-11} T_0 - 5.9 \times 10^{-15} T_0^2$$

← ضریب تبدیل متناسب زمان نجومی به خورشیدی

UT1 = زمان نجومی (خورشیدی) که حرکت قطبی برای آن تصحیح گردیده است.

T_0 = زمان اندازه‌گیری برحسب تعداد قرن جولین که از $0^h UT1$ از روز مورد نظر تا J2000.0 اندازه‌گیری می‌گردد.

PAPCO

۲۵

Subject:
Date

* در رابطه از سال برای محاسبه یک T_0 داده شد، علت آنکه هر کدام از روزها نامیک T نامیده میشود چیست

* سیستم‌های زمانی در ژئودزی ماهواره‌ای
سه نوع سیستم زمانی در ژئودزی ماهواره‌ای مورد استفاده قرار میگیرد.
۱) زمان نجومی Sidereal Time ← پدیده پریسیک ← مدار زمین حول خورشید
۲) زمان دینامیک Dynamic Time ← " " " ← " " خورشید
۳) " اتمی Atomic Time ← " " ← تغییر فرکانس انرژی یا نوسانات اتم سزیم

* سیستم زمانی جدید در اینجا (زمان دینامیک) است که پدیده پریسیک آن گردش زمین به دور خورشید می‌باشد
دو نوع زمان دینامیک داریم:
۱) TDB : (Barycentric Dynamic Time)
برای دستگاه‌های مختصات سماوی استفاده می‌شود و به آن زمان بارسنتریک هم می‌گویند.
TDB در مکانیک سماوی کاربرد دارد و از آن برای گردش سیارات حول خورشید استفاده می‌کنیم

۲) TDT : کمتر در استفاده در ژئودزی ماهواره‌ای است، زیرا که برای دستگاه مختصات ژئوسنتریک ↑ مورد استفاده قرار میگیرد. ECI
TDT زمان زمینی هم می‌گویند و آنرا با TT نشان می‌دهند

* تبدیل بین سیستم‌های زمانی در ژئودزی ماهواره‌ای:

زمان استاندارد GPS

$TAI = GPST + 19{,}0^s$ ← تبدیل بین زمان GPS و زمان اتمی بین‌المللی

$TAI = TDT - 32{,}184^s$

$TAI = UTC + 40^s$ n → برطرف سالانه تغییر می‌کند

$UT1 = UTC + dUT1$

Subject:
Date:

فصل

* توضیح برنامه برای T :

JDE = تاریخ ژولین

برنامه نوشته شده برای T_JD ۱۱۲۱ سال میلادی است برای آنکه بتوان از آن برای سال‌های قبل نیز استفاده کرد باید ابتدا JD را محاسبه کنیم و سپس از فرمول زیر استفاده کنیم:

JD = INT(۳۶۵.۲۵ * Y) + INT(۳۰.۶۰۰۱ * (M+۱)) + Day + Hour/۲۴ + ۱۷۲۰۹۸۱.۵

(عدد صحیح) integer

$$T_{JD} = \frac{JD}{۳۶۵۲۵} \longrightarrow$$ تعداد روز های یک قرن

سال میلادی

Y = Year - ۱ | M = Month + ۱۲ | Month ≤ ۲

Y = Year | M = Month | Month > ۲

ماه میلادی

JD 2000 ⟵ تقریبا تاریخ ژولین از آن زمان است

۲۰۰ سال پیش از میلاد مسیح به سمت

۲۰۰۰ میلادی تغییر کرده است

ابتدا آن ۱۲ ظهر اول ژانویه ی سال ۲۰۰

تاریخ ژولین در ابتدا ژانویه ی ۲۰۰۰ در ۱۲ ظهر به صورت زیر است:

JD 2000 = ۲۴۵۱۵۴۵.۰ day

فصل سوم: مدار ماهواره (البته من هر چی سوال پرسیدم گفت نمیدونم اما بعدا جمع و جاش کردم و سوالارو فهمید)

حرکت مدار ماهواره ها را اصطلاحا حرکت کپلری می نامند و اساس آن همان قانون سوم کپلر است که به صورت عمومی نیوتن نیز دوم را ثابت کرده است. هرچند که زمین برای ماهواره نمی تواند یک جرم متحرک در نظر گرفته شود. اما عمده ی حرکت ماهواره تقریبا تحت تاثیر قانون نیوتن خواهد بود. و سایر تاثیرات مانند کشش ماه و خورشید و ... تغییرات جزئی در حرکت ماهواره ایجاد می کنند که در هر لحظه باید محاسبه شوند و با حرکت کپلری جمع زده شوند تا مدار ماهواره به صورت یک جرم تقریبا ثابت در نظر گرفته شود.

حرکت ماهواره به دور زمین در حال دوران می باشد بنابراین حرکت ماهواره به صورت زیر است:

$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^۲}\frac{\vec{r}}{r} = m\vec{a}$

قانون دوم نیوتن — قانون جاذبه ی نیوتن

$\vec{r}$: شتاب ماهواره

G: ثابت جاذبه ی نیوتن

M: جرم زمین

m: جرم ماهواره

$\vec{r}$: بردار موقعیت ماهواره نسبت به مرکز جرم زمین

$\mu = GM$

$\frac{d^۲\vec{r}}{dt^۲} + \frac{\mu}{r^۳}\vec{r} = \vec{۰}$ ← شتاب ماهواره در این حرکت

جرم هر دو جسم نیز قابل صرف نظر است

۲۷

Subject:
Date

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \qquad (1)$$

در این معادله می‌بینیم:
معادله (۱) نشان‌دهنده شتاب نیروی جاذبه است. دستگاه مختصات نیروی مورد استفاده در اینجا ECBF = Earth centered space fixed است. یا همان ECI است.
باید توجه داشت که در (۱) بردار $\vec{r}$ به این صورت قابل توصیف است:

$$r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x\hat{e}_1 + y\hat{e}_2 + z\hat{e}_3 \qquad \hat{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

بنابراین معادله (۱) را به شکل مقابل می‌توان نوشت:

$$\ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} \ddot{x} = -\mu/r^3\, x \\ \ddot{y} = -\mu/r^3\, y \\ \ddot{z} = -\mu/r^3\, z \end{cases} \qquad (2)$$

اگر طرفین معادله اول را در z، معادله دوم را در x و معادله سوم را در y ضرب کنیم و از تفاضل معادلات سه‌گانه به دست آمده نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} y\ddot{z} - z\ddot{y} = 0 \\ z\ddot{x} - x\ddot{z} = 0 \\ x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

معادله (۳) را به صورت برعکس می‌توان نوشت:

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0} \qquad (4)$$

معادلات (۳) و (۴) صورت‌های دیگر معادلات نیوتن می‌باشند:

$$\begin{cases} \dfrac{d(y\dot{z} - z\dot{y})}{dt} = 0 \\ \dfrac{d(z\dot{x} - x\dot{z})}{dt} = 0 \\ \dfrac{d(x\dot{y} - y\dot{x})}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{صورت دیگر (۳)} \qquad \text{صورت دیگر (۴)} \quad \frac{d(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})}{dt} = \vec{0}$$

PAPCO

Subject:
Date: Moradi Motlagh

با انتگرال گیری از معادلات بدست آمده نسبت به t روابط زیر نتیجه می شود:

$$\begin{cases} yz - zy = A \\ zx - xz = B \\ xy - yx = C \end{cases} \quad (5)$$

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \vec{h}$$

و A و B و C ثوابت انتگرال هستند و $\vec{h}$ بردار ثوابت انتگرال گیری است.

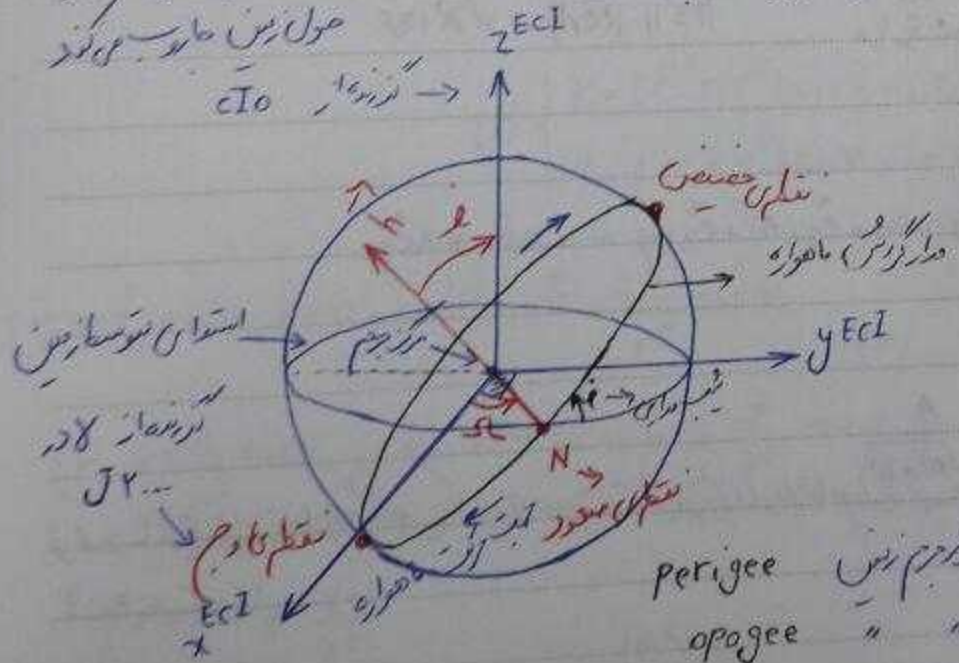
$$|\vec{h}| = h = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = |\vec{r} \times \dot{\vec{r}}|$$

↓

دوره ای مساحتی که بردار $\vec{r}$ در حین یکبار دوران کامل ماهواره حول زمین جاروب می کند

$\longrightarrow$ قانون دوم کپلر که براساس آن مقدار h ثابت است.

$h/2 \rightarrow$ سرعت سطحی ماهواره



نقطه ی اوج: دورترین نقاط مداری ماهواره از مرکز جرم زمین perigee

" خضیض: نزدیکترین " " " " apogee

نقطه ی صعود: نقطه ی عبور از خضیض به طرف اوج

در نتیجه ی ضرب x و y و z در معادله ی (5) معادله ی هندسی مداری ماهواره بدست می آید:

$$Ax + By + Cz = 0$$

این معادله ی هندسی مداری صفحه ای استوا را در نقطه ای قطع می کند که به آن نقطه ی صعود می گوییم و $\vec{h}$ عمود بر صفحه ی مداری ماهواره است. برای سادگی فرض کنید که در این صفحه محور z را بردار $\vec{h}$

Subject:
Date:

$$\cos i = \frac{\langle \hat{e}_3 , \vec{h} \rangle}{\|\hat{e}_3\| \, \|\vec{h}\|} = \frac{C}{h}$$

بردار $\vec{h}$ را برابر $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ در نظر می‌گیریم

Ω = Right Ascention of ascending node

$\vec{z}$ عمود بر صفحه استوا و $\vec{S}$ بردار واحد در راستای خط تقاطع دو صفحه استوا و مدار ماهواره است. $\vec{S}$ را طوری تعریف می‌کنیم که با بردار $\vec{h}$ ضرب خارجی شده از $\vec{z}$ (بردار واحد) به دست آید.

$$\vec{S} = \hat{e}_3 \times \vec{h}$$

$$\cos\Omega = \frac{\langle \vec{S}, \hat{e}_1 \rangle}{\|\vec{S}\| \, \|\hat{e}_1\|} = \frac{-B}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

بردار $\vec{S}$ عمود بر صفحه شامل بردار $\vec{z}$ و بردار $\vec{h}$ است

$$\vec{S} = \det \begin{pmatrix} \hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \\ 0 & 0 & 1 \\ A & B & C \end{pmatrix} = \hat{e}_1(-B) + \hat{e}_2(A) + \hat{e}_3(0) = -B\hat{e}_1 + A\hat{e}_2$$

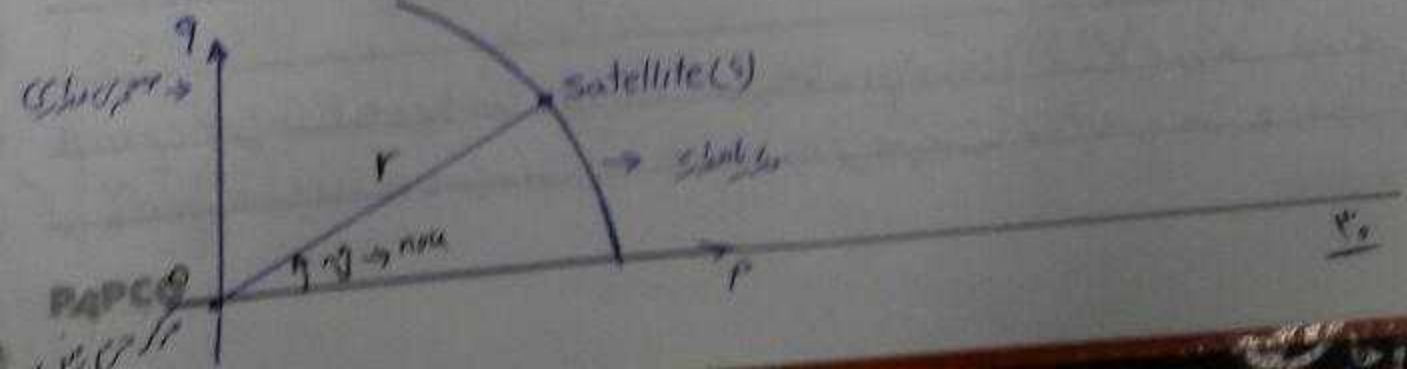
$$\sin\Omega = \frac{\langle \vec{S}, \hat{e}_2 \rangle}{\|\vec{S}\| \, \|\hat{e}_2\|} = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

(علامت Ω) با توجه به علامت $\sin\Omega$ و $\cos\Omega$ مشخص می‌شود که بردار $\vec{S}$ در کدام ربع دستگاه مختصات ECI هست.

به این ترتیب با داشتن مختصات بردار $\vec{h}$ می‌توانیم زاویه i و Ω مدار ماهواره را محاسبه کنیم.

برای محاسبه ω و θ نیاز به مختصات بردار $\vec{r}$ داریم.

برای محاسبه مختصات بردار $\vec{r}$ در دستگاه مختصات مدار ماهواره از دستگاه مختصات PQW استفاده می‌کنیم (P در راستای $\vec{e}$ و Q در راستای $\vec{h} \times \vec{e}$ و W در راستای $\vec{h}$)



Subject:
Date:

برای توصیف حرکت ماهواره از مختصات دوبعدی قطبی (r, v) استفاده می‌کنیم.

$$p = r\cos v$$
$$q = r\sin v \quad (I)$$

معادلات حرکت را این بار $\Leftarrow$ معادلات حرکت

$$\begin{cases} \ddot{p} = \frac{-\mu}{r^2} p \\ \ddot{q} = \frac{-\mu}{r^2} q \end{cases} \quad (1)$$

اگر از (I) یکبار مشتق گیری کنیم

$$(2) \begin{cases} \dot{p} = \dot{r}\cos v - r\dot{v}\sin v \\ \dot{q} = \dot{r}\sin v - r\dot{v}\cos v \end{cases}$$

و مشتق دوم:

$$(3) \begin{cases} \ddot{p} = (\ddot{r} - r\dot{v}^2)\cos v - (r\ddot{v} + 2\dot{r}\dot{v})\sin v \\ \ddot{q} = (\ddot{r} - r\dot{v}^2)\sin v + (r\ddot{v} + 2\dot{r}\dot{v})\cos v \end{cases}$$

از مقایسه‌ی معادلات (1) و (3):

$$(\ddot{r} - r\dot{v}^2)\cos v - (r\ddot{v} + 2\dot{r}\dot{v})\sin v = \frac{-\mu}{r^2}\cos v \quad (4)$$

$$(\ddot{r} - r\dot{v}^2)\sin v - (r\ddot{v} + 2\dot{r}\dot{v})\cos v = \frac{-\mu}{r^2}\sin v$$

اگر ماهواره را در حالتی خاص فرض کنیم که $v = 0$ باشد، آنگاه دو معادله‌ی بالا به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{v}^2 = \frac{-\mu}{r^2} \\ r\ddot{v} + 2\dot{r}\dot{v} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

با ضرب r در معادله‌ی دوم از (5) به سادگی می‌بینید

$$r^2\ddot{v} + 2r\dot{r}\dot{v} = 0 \longleftrightarrow \frac{d(r^2\dot{v})}{dt} = 0 \quad (6)$$

$r^2\dot{v}$ برابر ممان ماهواره است و دوبرابر سرعت سطحی آن می‌باشد و می‌دانیم که h هم دوبرابر سرعت سطحی است پس:

$$r^2\dot{v} = h = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (7)$$

برای حل معادله‌ی دیفرانسیل اول از (5) ابتدا از تغییر متغیر $u = \frac{1}{r}$ استفاده می‌کنیم (8)

Subject:
Date:

با قرار دادن (۲) در (۱) $\Rightarrow \frac{\ddot{r}}{u^2} = h \Rightarrow \frac{dv}{dt} = hu^2$ (۳)

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dv}\frac{dv}{dt} = \frac{d(\frac{1}{u})}{dv} hu^2 = -h\frac{du}{dv}$$

به طریق مشابه می‌توان نوشت:

$$\ddot{r} = \frac{d^2r}{dt^2} = -h\frac{d^2u}{dv^2}\frac{dv}{dt} = -h^2u^2\frac{d^2u}{dv^2} \quad (۱۰)$$

اگر (۸) و (۱۰) را در معادله دیفرانسیل (۵) جایگذاری کنیم:

$$\frac{d^2u}{dv^2} + u = \frac{\mu}{h^2} \xrightarrow{\text{حل}} u = \underbrace{d_1\cos v + d_2\sin v}_{\text{جواب مکمل}} + \frac{\mu}{h^2} \quad (۱۱)$$

معادله (۱۱) را به شکل ساده‌تری بنویسید.

$$u = \frac{\mu}{h^2}(1 + e\cos(v - w))$$

که در آن $d_1 = \frac{\mu}{h^2}e\cos w$ ، $d_2 = \frac{\mu}{h^2}e\sin w$

و با توجه به اینکه $u = 1/r$ ، نتیجه می‌شود:

$$r = \frac{\frac{h^2}{\mu}}{1 + e\cos(v - w)} \quad (۱۲)$$

معادله (۱۲) بیان‌گر معادله یک مقطع مخروطی در مختصات قطبی است.

معادله (۱۲) را به شکل دیگری بنویسید.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 - e\cos\varphi} \quad (۴)$$

در معادله (۱۲) اگر $e = 0$ باشد، مقطع مخروطی دایره است.

" " $e < 1$ " " بیضی "

" " $e = 1$ " " سهمی "

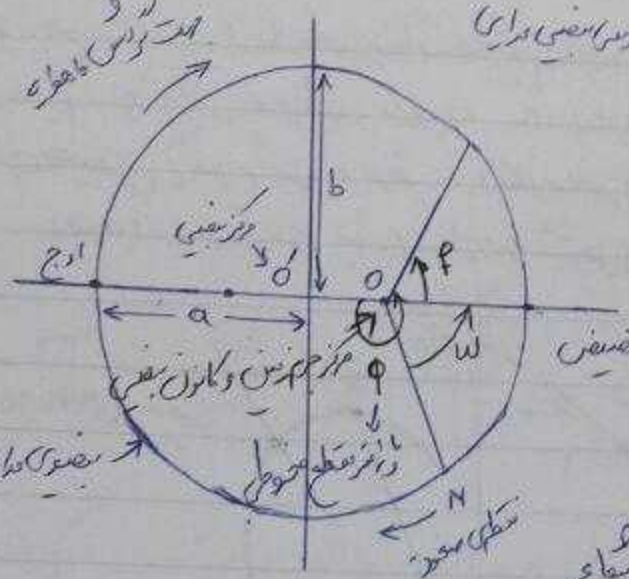
" " $e > 1$ " " هذلولی "

برای مخروط‌ها و حرکت‌های کپلری بیضی‌ها بیشتر مورد توجه‌اند زیرا $e < 1$ است. با توجه به این مقادیر مخروط‌ها به صورت بسته هستند که حرکت اجرام بیضی شکل را کاملاً توجیه می‌کند و این مقاله دارد توان حرکت کامل کپلر است.

PAPCO

Subject:
Date:

(ط ۹) ابعاد هندسی بیضی مداری



از بدو یک ماهواره حول زمین
از مدار بالستیک پیروی می‌کند.

در این شکل از اندازه نیروی درگ
بیضی مداری استفاده شده است
علاقه ماهواره ۵۵ درجه نسبت به صفحه
زمین مقدار خطی کوچک است.

با مقایسه روابط (۱۲) و (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت:

$$h^2/\mu = a(1-e^2)$$

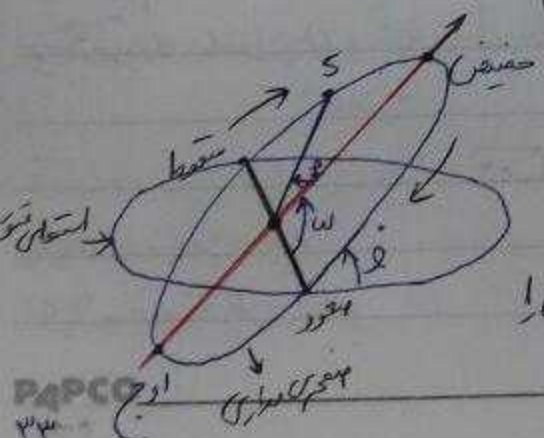
واضح است که پارامتر a از بیضی مداری به ماهواره‌ی خیلی بیشتر از h می‌باشد، بنابراین از این به بعد از a به جای h در روابط استفاده می‌کنیم.

بیضی استوا از نقاط صعود و سقوط تقاطع می‌کند و زاویه‌ی ϕ برخلاف f که از حضیض اندازه‌گیری می‌شود از سقوط‌ی اوج اندازه‌گیری می‌شود.

$$\phi = \pi + f$$

اگر لحظه‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن $\phi = 0^\circ$ باشد (لحظه‌ای عبور از اوج) آنگاه $r = a(1+e)$ و به راحتی معادله‌ی (۱۲) اینطور نوشته می‌شود:

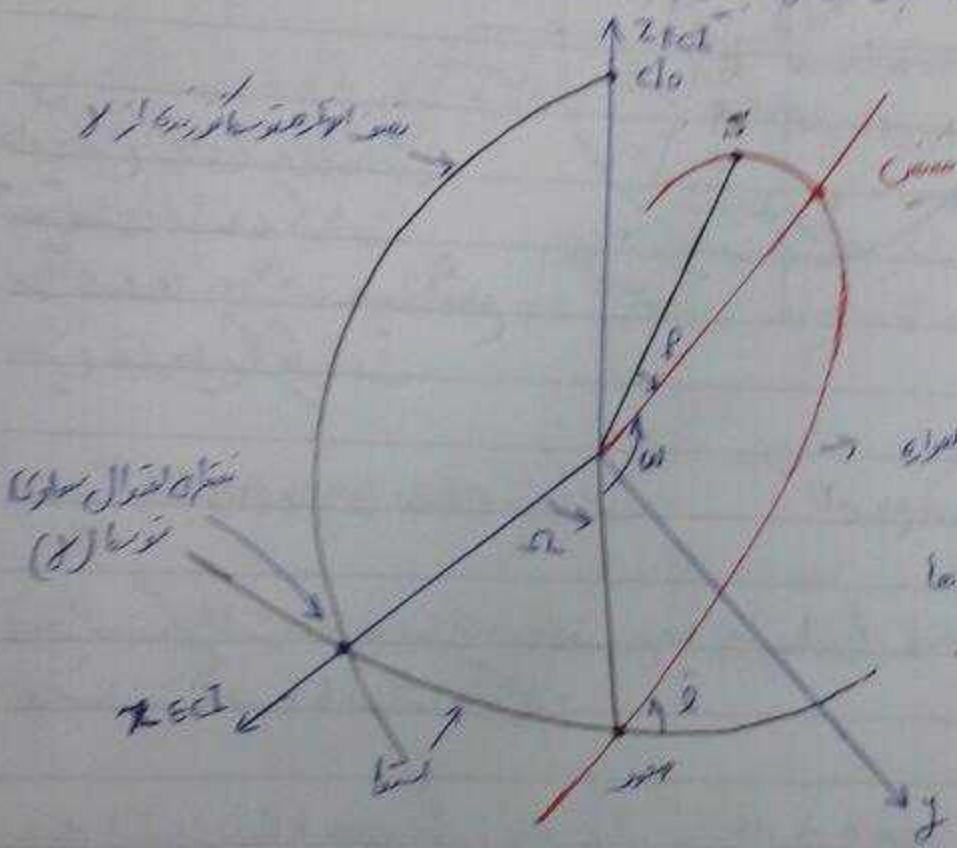
$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f}$$



وقتی $f = 360^\circ - \omega$ هنگامی که ماهواره در حضیض است $\omega = 0$
و θ زاویه‌ی قطبی حضیض است که از محور P اندازه‌گیری می‌شود.

با برابر ω و θ آرگومان حضیض می‌گویند، این پارامتر جهت بیضی مداری را نسبت به استوا مشخص می‌کند.

PdfCoffee


نقطه اوج
حضیض (Perigee)
مدار ماهواره
نقطه اعتدال بهاری
(γ)
خط اوج
خط حضیض

Subject:
Date Moradi moradi

سرعت دورانی زاویه‌ای متوسط ماهواره از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$n = \frac{2\pi}{T} = a^{-3/2}\mu^{1/2} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \qquad (16)$$

↓ سرعت دورانی زاویه‌ای

معادله‌ی (16) همان قانون سوم کپلر است.

طبق قانون سوم کپلر:

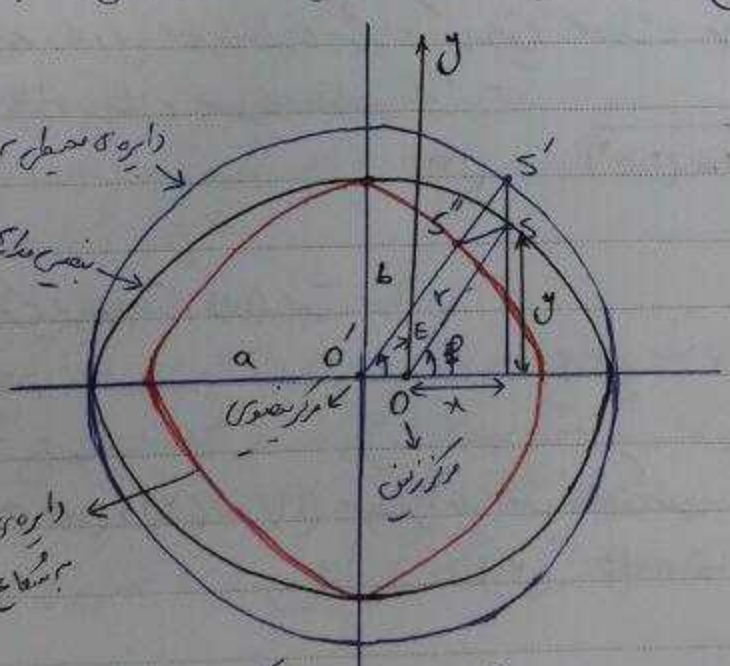
$$n^2 = \frac{\mu}{a^3}$$

$$\mu = n^2 a^3 = \frac{4\pi^2}{T^2} a^3 \rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu} = \text{const.}$$

→ با دانستن دوره‌ی تناوب یک ماهواره، می‌توان فاصله‌ی آن از زمین را محاسبه کرد.

واضح است که توصیف حرکت زاویه‌ای ماهواره با سرعت زاویه‌ای متوسط (n) که نسبت به مرکز هندسی مداری و مرکز زمین بیان می‌شود، آسان‌تر از پارامتر f می‌باشد.

زاویه‌ای تعریف می‌کنیم که به آن آنامولی خروج از مرکزی می‌گویند و آنرا با E نشان می‌دهند (به شکل زیر توجه کنید)



در این شکل 'S تصویر ماهواره‌ی S بر روی دایره‌ی محیطی می‌باشد.

$\overline{OO'} = ae$ → خروج از مرکز هندسی بیضی مداری

طبق شکل

$$x = r\cos f = a\cos E - ae$$
$$y = r\sin f = b\sin E = a\sqrt{1-e^2}\sin E \qquad (17)$$

$\overline{OS} = r$ → شعاع بردار ماهواره

$\overline{OS''} = b$

$\overline{OS'} = a$

Subject:
Date

در واقع این همان معادلات تبدیل یافته است که در شکل‌دهی نیرگ مورد بحث قرار گرفت (البته در اینجا) با پارامترهای آن a و e هستند که در جای E و u جای β استفاده می‌شود.

کمان را می‌نویسیم معادله‌ی مدار بیضوی را بر حسب زاویه‌ی E بنویسیم:

$$x^2+y^2=r^2=(a\cos E-ae)^2+a^2(1-e^2)\sin^2 E=a^2(1-e\cos E)^2$$

$$\rightarrow r=a(1-e\cos E \qquad (18)$$

با استفاده از (17) و (18) می‌توان رابطه‌ی زاویه‌ی واقعی یعنی f با زاویه‌ی خروج از مرکز بیضی E را بر حسب معادلات (17) و (18) بدست آورد:

$$\tan\frac{f}{2}=\frac{\sin f}{1+\cos f}=\frac{\sin E}{1+\cos E}\,\frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e^2}=\frac{\sqrt{1+e}}{\sqrt{1-e}}\tan E/2$$

اکنون دستگاه مختصات مرجع زمین (ECI) xyz را طوری در نظر می‌گیریم که محورهای x و y آن منطبق بر محورهای اصلی بیضی مدار شوند. (همان صفحه‌ی استوایی زمین که در مبحث مدل معادلات حرکت ماهواره‌ای از آن برای یک ماهواره در مدل مجرد z خواهند دانست):

$$x\dot{y}-y\dot{x}=h=\sqrt{\mu a(1-e^2)} \qquad (19)$$

با مشتق گرفتن از معادلات (17) بر حسب زمان:

$$\dot{x}=-a\sin E\,\frac{dE}{dt}$$
$$\dot{y}=a\sqrt{1-e^2}\cos E\,\frac{dE}{dt} \qquad (20)$$

با جایگذاری (17) و (20) در (19) نتیجه‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$(1-e\cos t)\,dE=\sqrt{\mu}\,a^{-3/2}\,dt=n\,dt \qquad (21)$$

با انتگرال گیری از معادله‌ی (21) می‌توان از لحظه‌ی عبور ماهواره از حضیض $t=t_p$:

$$\int_0^E(1-e\cos E)\,dE=\int_{t_p}^{t}n\,dt \rightarrow E-e\sin t=n(t-t_p)=M \qquad (22)$$

t_p = لحظه‌ی عبور ماهواره از حضیض

$E(t_p)=0$, $E(t)=E$

t = هر زمان دلخواه

РАРСО

Subject:
Date

نقطه $(t-t_0)n$ از آناومالی متوسط شان می‌دهد و M نشان می‌دهد M توصیف کننده‌ی موقعیت ماهواره‌ی دنبال گردش در مدار بیضی است زاویه‌ی متوسط n است که شش پارامتر کپلری را با داشتن M با استفاده از روش تکراری محاسبه E را حساب کرد.

پس 3 نوع آناومالی داریم. (زمانی ما آناومالی‌ها مشخص کننده‌ی موقعیت ماهواره در مدار در لحظه‌ی t می‌باشد)
آناومالی واقعی f، آناومالی خروج از مرکزی E و آناومالی متوسط M که هر 3 یک دیگر قابل تبدیل هستند.
M به طور مستقیم از M به عنوان پارامتر اصلی استفاده می‌شود.

درنهایت 6 پارامتر استاندارد کپلری توصیف کننده‌ی مختصات ماهواره را یم که با داشتن آن‌ها می‌توان موقعیت لحظه‌ای ماهواره را تعیین کرد. (a,e) و (Ω, i, w) و $M(t)$

برای محاسبه‌ی مختصات ماهواره در دستگاه مختصات ECI ابتدا برای موقعیت ماهواره را در دستگاه مختصات مداری یا مدار بیضی صورت به دست می‌آوریم:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r\cos f \\ r\sin f \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(\cos E - e) \\ a\sqrt{(1-e^2)}\sin E \\ 0 \end{pmatrix}$$

مبدأ این دستگاه مختصات مرکز جرم زمین، صفحه‌ی مرجع ما همان صفحه‌ی مداری و محور x آن گذرنده از نقطه‌ی حضیض است و محور z گذرنده از h و هم جهت با آن است و جهت محور y طوری است که دستگاه مختصات سمت راستی باشد.

بنابراین با انجام 3 دوران می‌توان مختصات ماهواره را به دستگاه اینرسیال ECI منتقل کرد.

$$\vec{r}_{ECI} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}_{ECI} = R_3(-\Omega) R_1(-i) R_3(-w) \begin{pmatrix} a(\cos E - e) \\ a\sqrt{1-e^2}\sin E \\ 0 \end{pmatrix}$$

مختصات لحظه‌ای ماهواره

به ترتیب هر 6 پارامتر کپلری برای محاسبه‌ی مختصات ماهواره استفاده می‌شوند، البته باید ابتدا $M(t)$ را به $E(t)$ تبدیل کرد.

Subject:
Date

$\vec{r}=$

*نوسانات یا آشفتگی های مداری:

در جلسه ی قبل ملاحظه شد که با در دست داشتن بردارهای حالت کپلری، بردار موقعیت ماهواره در دستگاه ECI از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$\vec{r}=R_3(\Omega)R_1(-i)R_3(-w)\vec{q}$$

همین ترتیب می شود بردار سرعت ماهواره را هم بدست بیاوریم، با مشتق گیری از رابطه ی فوق نسبت به زمان:

$$\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{\dot{r}}=R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-w)\vec{\dot{q}} \rightarrow \text{بردار سرعت مداری}$$

بردار سرعت ماهواره در ECI

عبارت مرکب کپلری ماهواره با این فرضیه ساخته شد که عبارت توسط یک میدان گرانشی مرکزی از طرف زمین جذب شود. یعنی همه ی جرم زمین را در یک نقطه که همان مرکز جرم آن باشد متمرکز فرض کرده ایم. و سطح هم تا سطح گرانش زمین را بصورت کره های متحدالمرکز فرض شده اند.

از آنجا که توزیع جرم درون این زمین همگن نیست و شکل هندسی آن نیز کاملاً کروی نیست و ماهواره ها هواره نیز از زمین آنقدر دور نیستند که بتوان زمین را در مقابل آن بصورت نقطه ای فرض کرد باید نیروی جاذبه ی وارده از طرف زمین به ماهواره را به 2 بخش تجزیه نمود.

الف) نیروی جاذبه ی مرکزی

ب) نیروی جاذبه ی غیر مرکزی

*انواع ماهواره ها:
- LEO (با ارتفاع پایین)
- MEO (" متوسط)
- GEO (" زیاد)

هر ماهواره البته با توجه به ماموریت خاص آن، مسیر متفاوتی را طی می کند.

*اهمیت عمده ی نیروی جاذبه همان جاذبه ی مرکزی است.

$\vec{F}_T=\vec{F}_C+\vec{F}_D$ ← کل نیروی جاذبه
↓ جاذبه ی مرکزی
↓ نامحم

ملاحظه می شود که اندازه $\vec{F}_D$ نسبت به $\vec{F}_C$ خیلی خیلی هم زیاد است $\rightarrow \frac{F_D}{F_C}=10^{-4}$

- اعمال نیروی جاذبه‌ای (جاذبه‌ی غیر مرکزی) که باعث نوسانات و آشفتگی‌های مداری می‌شود و غیراز آن نیروهای دیگری هم وجود دارند که عبارتند از:

جاذبه‌ی ماه و خورشید و نیروهای جزر و مدی
جاذبه‌ی اتمسفری زمین، نیروی ناشی از شعشعات
خورشیدی مشتقیم و بازتاب آن از طرف زمین

- نیروی شعشعات خورشیدی و بازتاب آن Albedo نام دارد.

- معادله‌ی حرکت کپلری را ابتدا اینگونه نوشتیم
اکنون آنرا به صورت زیر اصلاح میکنیم:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{r}_E + \vec{r}_S + \vec{r}_M + \vec{r}_O + \vec{r}_e + \vec{r}_D + \vec{r}_P + \vec{r}_A$$

$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$: جذب دو جسم‌گی ها

$\vec{r}_E$: شتاب ماهواره ناشی از نیروی گرانش غیر مرکزی

$\vec{r}_S$: جاذبه‌ی خورشید

$\vec{r}_M$: جاذبه‌ی ماه

$\vec{r}_O$: جذب و دفع اقیانوس‌ها

$\vec{r}_e$: جاذبه‌ی اتمسفر

$\vec{r}_D$: نیروی شعشعات خورشیدی

$\vec{r}_P$: بازتاب شعشعات خورشیدی

$\vec{r}_A$: بازتاب نیروی شعشعات خورشیدی

همه‌ی این عوامل باعث آشفتگی در ماهواره می‌شوند، با محاسبه‌ی مقادیر آنها به صورت یک تصحیح سیستماتیک مدار ماهواره محاسبه می‌گردد.

اطلاعات مداری ماهواره‌ها:

اطلاعات مداری ماهواره‌های GPS شامل 3 دسته است:

1- اطلاعات تقویم یا آلمانک Almanac (کم دقت)
2- اطلاعات افمیرید جزئی شوندی (دقت مناسب برای ناوبری)
3- " " دقیق (دقت بالا برای محاسبات دقیق)

- هرکدام از دسته‌های اطلاعاتی فوق می‌تواند موقعیت ماهواره‌ها را تعیین کند. اما دقت آنها متفاوت و هرکدام از آنها برای کاربردهای خاصی تولید می‌شود.

(1) آلمانک: دقت اطلاعات آلمانک در حد چند کیلومتر است، و هدف آن تسهیل جستجو و ردیابی ماهواره‌های

Subject:
Date

GPS و همچنین انجام برنامه ریزی جهت برداشت و عملیات میدانی است. به کمک این اطلاعات وضعیت روئیت ماهواره ها برای هر نقطه روی زمین در هر زمان مورد نظر قابل تهیه است. و به کمک این اطلاعات بهترین زمان برای اندازه گیری را می توان مشاهده نمود.
اطلاعات آلمانک از طرف هر یک از ماهواره ها بعنوان بخشی از پیام ناوبری ارسال و حداقل هر یک روز یکبار توسط بخش کنترل GPS به هنگام سازی می شود.

(۲) امید بخش شونده:
این اطلاعات نیز به عنوان بخشی از پیام ناوبری توسط ماهواره ها ارسال می شود. این اطلاعات برای محاسبه ی مدار ماهواره در مدت زمان کوتاهی توسط گیرنده به منظور تعیین موقعیت آن استفاده می شود و کاربرد اصلی آن برای ناوبری است. دقت آن حدود (5^m الی 2^m) و دارای ۳ مرتبه بازگذاری اطلاعات توسط بخش کنترل زمینی در طول یک روز است.
امید بخش شونده حاصل پیش بینی یا برونیابی داده های مربوط به ماهواره های GPS است که روش معمول برای تولید آن (کالمن فیلترینگ) می باشد.

★ اجزای امید بخش شونده:

- SV_id : شناسه ی ماهواره (SV ↓ satellite vehicle)
- tc : یک زمان مرجع
- a_0, a_1, a_2 : ضرایب چندجمله ای محاسبه ی خطای ساعت ماهواره
- t = زمان دریافت
- toe : یک زمان مرجع امید

(پیام تعیین موقعیت زمان)

$$\delta t_s = a_0 + a_1(t - t_c) + a_2(t - t_c)^2$$

(خطای ساعت ماهواره)

- $\sqrt{a}$ = جذر نیم قطر اطول بیضی مداری
- e = خروج از مرکز "
- i_0 = زاویه ی میل مداری
- Ω_0 = طول صعود راست نقطه ی صعود
- ω_0 = آرگومان حضیض "
- M_0 = آنومالی متوسط در لحظه ی toe

(پارامترهای کپلری)

Subject:
Date Morad mortagh

پارامترهای مربوط به اصلاح مدارهای دوار: Δn : تصحیحات حرکت متوسط

$idot$: نرخ زاویه‌ی میل

$\dot{\Omega}$: نرخ Ω

ضرایب تصحیحی جاذبه گانز:

$C_{ic}, C_{is}, C_{rc}, C_{rs}, C_{uc}, C_{us}$

$idot \to 0$ $\quad i = \frac{di}{dt}$ $\quad \frac{d\Omega}{dt}$

$$M = M_0 + \left(\frac{\sqrt{M}}{a^3} + \Delta n\right)(t - t_{oe})$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_{oe})$$

$$r = r_0 + C_{rc}\cos 2u_0 + C_{rs}\sin 2u_0$$

$$E = M + e\sin E$$

$$r_0 = a(1 - e\cos E)$$

$$f = 2\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+e}}{\sqrt{1-e}}\tan\frac{E}{2}\right)$$

$$u_0 = w_0 + f$$

$$w = w_0 + C_{uc}\cos 2u_0 + C_{us}\sin 2u_0$$

$$i = i_0 + C_{ic}\cos 2u_0 + C_{is}\sin 2u_0 + i\,dot(t - t_{oe})$$

* افزید دقیق:

اطلاعات افزید دقیق براساس مشاهدات انجام شده در ایستگاه‌های متعدد ماهواره‌های GPS موجود در مدار حول کره زمین توسط مؤسسات مختلفی محاسبه و ارائه می‌گردد و دسترسی به آن از طریق اینترنت امکان پذیر می‌باشد. سیستم‌های مختلفی برای افزید دقیق منتشر می‌شود که سریع‌ترین آن تا ۴ ساعت بعد از انجام مشاهدات ماهواره‌ای می‌شود و دقیق‌ترین سیستم تا ده هفته‌ی بعد قابل دسترسی است. یکی از معتبرترین مؤسسات منتشر کننده‌ی افزید دقیق IGS می‌باشد.

گیرنده‌ی نرم‌افزارهای GPS اطلاعات افزید دقیق را به صورت ورودی قبول می‌کند و معمولاً از آن برای تعیین موقعیت دقیق بصورت (PPP) استفاده می‌کند. برای تعیین موقعیت نسبی متداول در پروژه‌های نقشه‌برداری و کاربردهای مهندسی اغلب، استفاده از افزید دقیق نیست و افزید پخش شونده کفایت می‌کند. هرچند که استفاده از افزید دقیق در بهبود کیفیت تعیین موقعیت مؤثر است.

Subject:
Date:

فصل چهارم: (مشاهدات GPS و خطاهای سیستماتیک)

* مشاهدات GPS 3 نوع هستند:

۱- شبه ناصله‌های کد ۲- مشاهدات فاز حامل ۳- اندازه گیری‌های داپلر

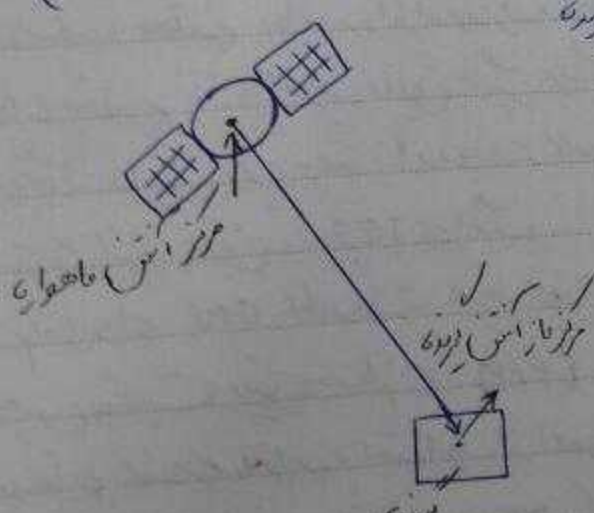
معمولاً برای تعیین موقعیت مطلق در ناوبری از شبه ناصله های کد و در تعیین موقعیت نسبی (توپوگرافی و ژئودزی) از مشاهدات فاز حامل استفاده می شود.

(۱) مشاهدات کد:

مشاهدات ناوبری ماهواره فواصلی هستند که از اختلاف زمان دریافت می آیند و لسان آنها بر پایه‌ی مقایسه‌ی بین سیگنال دریافتی از ماهواره با سیگنال ایجاد شده توسط گیرنده است. برخلاف EDM ها در ناوبری ماهواره‌ای از ۲ ساعت مختلف استفاده می شود (ساعت گیرنده - ساعت ماهواره).

بنابراین فواصل اندازه گیری شده ۲ دلیل خطاهای ساعت گیرنده و ماهواره نسبت به حالت واقعی بین گیرنده و ماهواره دارای بایاس یا خطای سیستماتیک قابل توجهی هستند. بهمین خاطر به آنها شبه فاصله می گویند.

- بدلیل بزرگ بودن میزان خطای سیستماتیک (بایاس) فاصله‌ی قابل اندازه گیری توسط گیرنده را مستقیماً نمی توان همان فاصله‌ی هندسی دانست به همین خاطر به آن شبه فاصله می گویند.
- شبه فاصله در حقیقت فاصله‌ی بین مرکز فاز آنتن گیرنده و ماهواره است (فاصله اندازه گیری شده)
- فاصله‌ی مذکور بر پایه‌ی زمان انتقال سیگنال از ماهواره به گیرنده اندازه گیری می شود.



$$R = C\,\Delta t$$

زمان انتقال سیگنال یا Δt یا آنالیز می گردد توسط ساعت درون گیرنده که بدست آوردن سیگنال دریافتی از ماهواره محاسبه می گردد.

اما شبه فاصله‌ای که بین ترتیب بدست می آید، علاوه بر اینکه حاوی خطای ساعت گیرنده و ماهواره است، خطاهای دیگری را نیز در خود دارد که بطور کلی به آنها اشاره خواهیم کرد. برای مثال یکی از مهم ترین این خطاها

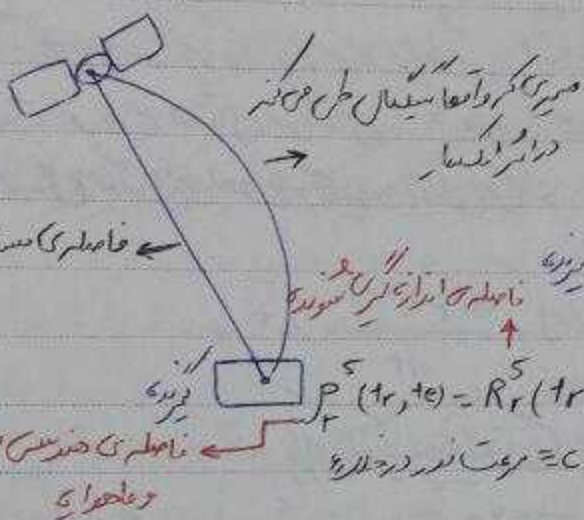
PAPCO

Subject:
Date

نکته:

هر آن چیزی که باعث کرمه دنبال آن هستیم و R آن چیزی است که عادتاً مشاهده می‌کنیم.

خطای اتمسفریک است. نه تنها باعث تأخیر دریافت سیگنال می‌شود بلکه مسیر انتقال سیگنال را هم خم می‌کند.



اگر هیچ خطایی نداشته باشیم و سیگنال از سیر خلاء به گیرنده برسد، معادله شبه فاصله به صورت زیر خواهد بود:

$$P_r^s(tr,te) = R_r^s(tr,te) = (tr - te)\,c$$

در شرایط کاملاً ایده‌آل

tr = زمان واقعی دریافت سیگنال

te = " " ارسال "

c = سرعت نور در خلاء

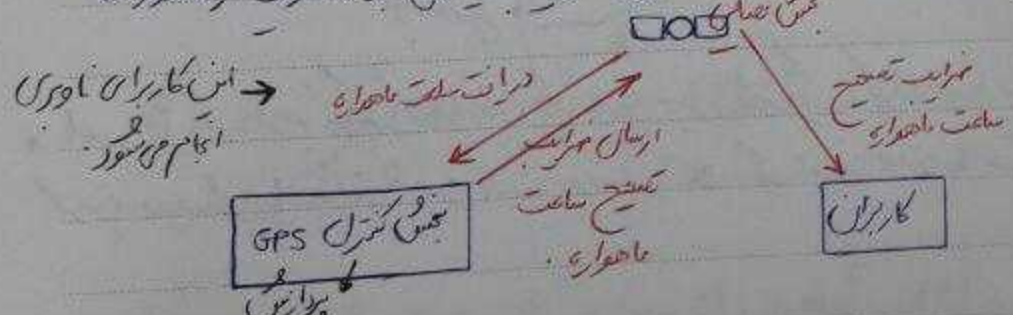
$$tr - te = \Delta t \quad (0.07\ s)$$

اثر خطای ساعت گیرنده و ماهواره را هم به رابطه فوق اضافه می‌کنیم:

$$R_r^s(te,ts) = c\Delta t - (\delta tr - \delta ts)\,c$$

خطای ساعت ماهواره ← ← خطای ساعت گیرنده

بخش کنترل GPS وظیفه‌ی تعیین خطای ساعت ماهواره و ارسال مقادیر تصحیحی برای هریک از ماهواره‌ها را به عهده دارد.



سایر خطاهای سیستماتیک GPS که باعث ایجاد بایاس در شبه فاصله‌های قابل اندازه‌گیری توسط گیرنده می‌شوند عبارتند از: خطاهای یونوسفریک - خطاهای تروپوسفریک - خطاهای چندمسیری - خطاهای چندمسیری (که جلوتر با آن‌ها بیشتر آشنا می‌شویم).

برای معادله‌ی شبه فاصله با لحاظ خطاها خواهیم داشت:

$$R_r^s(tr,te) = P_r^s(tr,te) - (\delta tr - \delta ts)\,c + \delta ion + \delta tro + \delta tide + \delta mol + \delta rel + \ldots$$

یونوسفری — تروپوسفری — جزرومدی — مولتی‌پث — نسبیتی

$$\rho_r^s = \sqrt{(x^s - x_r)^2 + (y^s - y_r)^2 + (z^s - z_r)^2}$$

✓ اما نکته‌ی مهم دیگری هم است که آن دوران زمین می‌باشد. ارتفاع تقریبی ماهواره‌های GPS از زمین حدود $20,200^{km}$ است و زمان انتشار سیگنال $\Delta t = 0.075^{s}$ است.
زمین در این انتشار سیگنال از ماهواره به گیرنده دوران می‌کند. سرعت دوران زاویه‌ای آن حدود $15''/s$ است.

$$\rho_r^s(t_r, t_e) = \rho_r^s(t_r, t_r - \Delta t) = \rho_r^s(t_r) + \frac{d\rho_r^s(t_r)}{dt}\Delta t + \cdots$$

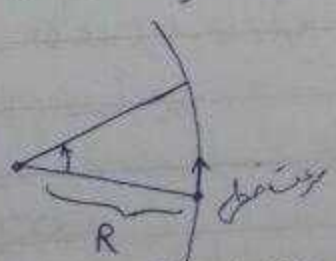
میزان تاثیر پذیری از دوران زمین

$$\frac{d\rho_r^s(t_r)}{dt} = R\omega_e = 6,400,000 \times \frac{15''}{206265''} \simeq 465\ m/s$$

سرعت خطی — سرعت زاویه‌ای حول محور زمین — شعاع زمین

با زمان تصحیح مربوط به دوران زمین حدود 32^m می‌شود

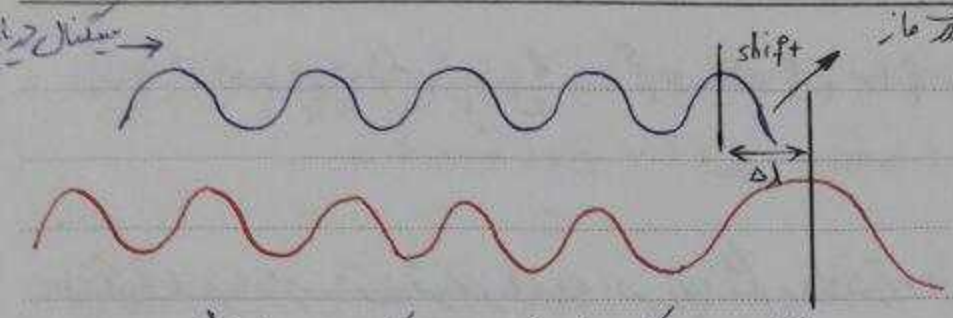
$$\rightarrow \underbrace{\frac{d\rho_r^s(t_r)}{dt}}_{465\ m/s} \times \underbrace{\Delta t}_{0.075\ s} \simeq 32m$$



* باید به این نکته توجه کرد که اندازه‌ی این تصحیح به زمین گیرنده مربوط می‌شود و همینطور زمان انتشار Δt گیرنده‌ها متفاوت تعیین می‌کند. و تقریبا 32^m یک اندازه‌ی متوسط است.

(۲) **مشکلات فاز کامل**: فاز کامل اندازه‌ی اختلاف بین سیگنال دریافتی از ماهواره با فاز سیگنال تولید شده توسط گیرنده در لحظه‌ی دریافت است.
اندازه‌گیری مشکلات فاز کامل اما با گذر زمان فاز تولیدی توسط گیرنده به سمت صفر میل می‌کند و در لحظه‌ی دریافت سیگنال اولیه است.

Subject:
Date:



با شیفت دادن یا جابجا کردن سیگنال تولیدی می‌توان آنرا بر سیگنال دریافتی منطبق کرد. این میزان شیفت فاز همان مشاهده‌ی فاز حاصل است.

$\Delta\Phi$ را می‌توان با دقتی بهتر از λ اندازه گرفت.

با صرف نظر از خطاهای اتمسفریک و سایر خطاهای سیستماتیک معادله‌ی مشاهده‌ی فاز حاصل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Phi_r^s(t_r) = \underbrace{\Phi_r(t_r) - \Phi^s(t_r)}_{\text{اختلاف فاز سیگنال گیرنده از ماهواره}} + N_r^s \quad (1)$$

$\Phi_r^s(t_r)$ ← فاز حاصل در لحظه‌ی واقعی دریافت

N_r^s ← ابهام‌ها بین گیرنده و ماهواره

در شرایط خلوه و با صرف نظر کردن از کلیه خطاهای سیستماتیک.

یک دیگر حالت دیگر هم در مورد انتشار فاز سیگنال بین گیرنده و ماهواره این است که فاز سیگنال دریافتی از ماهواره در لحظه‌ی t_r دقیقاً برابر با فاز سیگنال ارسالی از ماهواره در لحظه‌ی t_e می‌باشد.

$$\Phi^s(t_r) = \Phi_e^s(t_e) = \Phi_e^s(t_r - \Delta t) \quad (2)$$

↓ فاز سیگنال ارسالی

جایگذاری (2) در (1)

$$\Phi_r^s(t_r) = \Phi_r(t_r) - \Phi_e^s(t_r - \Delta t) + N_r^s \quad (3)$$

معادلات (2) و (3)

$$\Delta t = \frac{\rho_r^s(t_r, t_e)}{c} \quad (4)$$

در این سه زمان اولیه صحیح باشد و در کانس هر دو سیگنال دریافتی (r) و تولیدی (e) فاز باشد آنگاه:

$$\Phi_r(t_r) = f t_r \quad (5)$$

رابطه‌ی بین فاز و فرکانس

$$\Phi_e^s(t_e) = \Phi_e^s(t_r - \Delta t) = f(t_r - \Delta t) \quad (6)$$

~~حال روابط (4) و (5) و (6) را در (3) جایگذاری می‌کنیم:~~

Subject:
Date:

$$\Phi_r^s(t_r) = f t_r - f t_r + f\Delta t + N_r^s = \frac{f}{c}\rho_r^s(t_r,t_e) + N_r^s \quad (7)$$

با اعمال کردن خطاهای ساعت گیرنده و ماهواره در (۷) شکل کاملتری از معادله‌ی مشاهده‌ی فاز حاصل می‌گردد:

$$\tilde{\Phi}_r^s(t_r) = \frac{f}{c}\rho_r^s(t_r,t_e) - f(\delta t_r - \delta t_s) + N_r^s \quad (8)$$

و با $c = f\lambda$

λ = طول موج سیگنال حامل (L_2 یا L_1)

$$\tilde{\Phi}_r^s(t_r) = \frac{1}{\lambda}\rho_r^s(t_r,t_e) - f(\delta t_r - \delta t_s) + N_r^s \quad (9)$$

مشاهده‌ی فاز قابل اندازه‌گیری توسط گیرنده

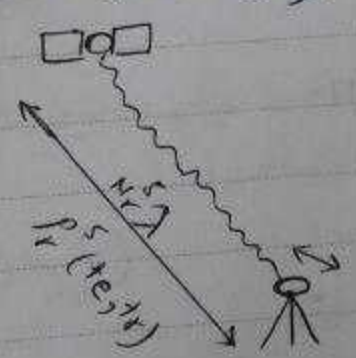
✓ و سرانجام نتیجه می‌شود:

$$\lambda\tilde{\Phi}_r^s(t_r) = \rho_r^s(t_r,t_e) - c(\delta t_r - \delta t_s) + \lambda N_r^s$$

اندازه‌ی λ مشخص و معلوم

" " c " "

N_r^s یک عدد صحیح است و برابر تعداد سیکل‌های کامل طی شده بین گیرنده و ماهواره است و به آن ابهام فاز می‌گویند.



ملاحظه می‌شود با این فرض که ابهام فاز را به طریقی تعیین کنیم، خطای سینماتیک ساعت بین گیرنده و ماهواره از $\tilde{\Phi}_r^s$ حاصل انداخته است.

$\lambda\tilde{\Phi}_r^s(t_r) - \lambda N_r^s \equiv$ شبه فاصله‌ی فاز حامل

- اما با انجام کردن سایر خطاهای سینماتیک GPS فرم نهایی معادله‌ی مشاهده‌ی فاز حامل به شکل زیر خواهد بود:

PAPCO

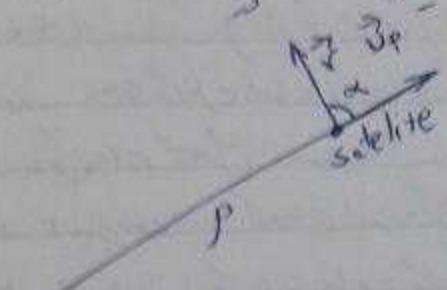
Author: Moradi morteza

$$\lambda \phi_r^s(t_1) - \rho_r^s(t_1, t_0) - (\delta t_r - \delta t^s)c + \lambda N_r^s - \delta_{ion} + \delta_{trp} + \delta_{tide} + \varepsilon_{mul} + \delta_{rel} + \varepsilon$$

- توانستیم با اقتری ماهواره اینکه δ_{ion} در مشاهدات کد با علامت (+) و اینجا با علامت (-) ظاهر می‌گردد.

* مشاهدات داپلر:

اثر داپلر پدیده‌ای فیزیکی در مورد جابجایی فرکانس یک سیگنال الکترومغناطیسی است. داپلر حرکت ماهواره‌ای ارسال کننده‌ی موج نسبت به گیرنده به وجود می‌آید



اگر فرکانس اصلی سیگنال ارسال f باشد و سرعت شعاعی ماهواره نسبت به گیرنده V_P نشان داده شوند.

فرکانس سیگنال دریافتی $\leftarrow f_r = f\left(1 + \frac{V_P}{c}\right)^{-1} \simeq f\left(1 - \frac{V_P}{c}\right)$

$V_P = \vec{V} \cdot \vec{UP} = |\vec{V}| \cos\alpha$

برداری که جهت گیرنده ← ماهواره

برداری به سمت ماهواره

جابجایی فرکانس داپلر $\leftarrow f_d = f - f_r = f\frac{V_P}{c} = \frac{V_P}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\frac{dP}{dt}$

$\lambda = \frac{f}{c}$

و این همان مشاهده‌ی داپلر است.

مشاهده‌ی داپلر $\leftarrow D = \frac{1}{\lambda}\frac{dP}{dt}$

* در نرم‌افزارهای GPS معمولاً از مشاهدات فاز جامل استفاده می‌شود و استفاده از مشاهدات داپلر باعث نیست از نوع مشاهدات معمولاً برای تاویل اجسام متحرک و تعیین سرعت مورد استفاده می‌کرد

Subject:
Date

* فصل سوم * تحلیل خطاهای سیستماتیک مشاهدات GPS

در فصل قبل ملاحظه شد که مشاهدات GPS آمیخته با انواع خطاهای سیستماتیک هستند. خطاهای یونسفری، تروپوسفری، مداری، ساعت گیرنده، چند مسیر و... خطاهای سیستماتیک را به طور مطلق نمی توان حذف کرد. علم می تواند با انجام تکنیک هایی آنها را کاهش داد به طوری که اثر سیستماتیک آنها به حد قابل ملاحظه ای مرتفع گردد. و آنچه باقی می ماند خطای اتفاقی خواهد بود. خطاهای اتفاقی باقی مانده خطاهای سیستماتیک پس از حذف اثرات آنهاست.

* خطای سیستماتیک (بایاس «bias») : عامل آن معمولاً اندازه گیری در دستگاه های اندازه گیری (سامانه ی اندازه گیری) کردن GPS شامل ثابتها و تغییرات می شود.

* روش های کاهش و حذف اثرات سیستماتیک و ترجیح بر ارجحیت:

۱- کالیبره کردن دستگاه های اندازه گیری (در اینجا با GPS هیلی است ماهیت و طبیعت بایاس و کنترل)

۲- استفاده از روش های خاص مشاهداتی: برای مثال در اندازه گیری زاویه ی قرائت کول (دوجی) باعث حذف خطای کولیماتیون می شود. در مورد GPS استفاده ی همزمان از دو جی گیرنده ۲ حذف و کاهش تعداد قابل توجهی از خطاهای سیستماتیک کمک می کند.

۳- مدل سازی خطای سیستماتیک: در این روش با توجه به اهمیت فیزیکی خطا با اندازه گیری تعدادی از پارامترهای محیط اندازه ی خطا مانند مدل ریاضی، خطا با استفاده از آن محاسبه گردیده و در مشاهدات اعمال می گردد. مانند خطای انکسار در اندازه گیری طول با تئودلیت استیشن.

۴- در نظر گرفتن خطای سیستماتیک به عنوان یک کمیت مجهول در معادلات مشاهدات و حل آن از طریق برآوردگر کمترین مربعات (مثل ساعت گیرنده)

۵- استفاده از مشاهدات ترکیبی: در GPS استفاده می شود و با این روش می توان خطاهای سیستماتیک را به خود قابل ملاحظه کاهش داد و اثر عمده ی آنها را حذف نمود.
توانائی این روش آن است که بتوان اثرات را پیدایش کند.
مثال ← برای مثال در محدوده ی گیرنده ی GPS قدرت یونسفر از آن حد احتمال به طور قابل ملاحظه ای تغییر نمی کند. استفاده کنیم خطای چند مسیری chokering

PAPCO

Subject:
Date Moradi motlagh

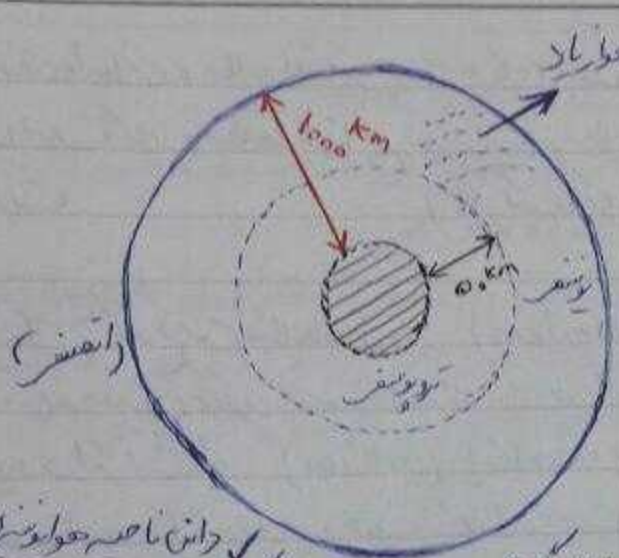
- نویز یا خطای اتفاقی، خطای باقیمانده پس از خطای سیستماتیک است.
فرض براین است کواین خطاها از تابع توزیع احتمال نرمال تبعیت می کنند و راه کاهش آنها بر شکل کمترین مربعات است. $v^T pv \rightarrow min$ (تابع تکیه ساری)

- اشتباهات که نوع سوم خطاها هستند (blunders) نام دارند. در اثر عامل انسانی مانند (حواس پرتی و ...) و همچنین عملکرد نادرست دستگاه یا بطور کلی سامانه ی اندازه گیری اتفاق می افتند. مشاهده ی آلوده به اشتباه (outlier) یا مشاهده ی پرت نامیده می شود و راهی جز حذف آن وجود ندارد - وظیفه ی داشتهای و حذف مشاهدات پرت و یا (outlier) هاست.

* خطاهایی که مورد بحث قرار خواهیم داد:
(۱) خطاهای اتمسفریک (یونوسفریک - تروپوسفریک) ← مربوط به مصنوعی
(۲) تصحیحات نسبیتی
(۳) تصحیحات مربوط به جزر و مد خشکی و دریا
(۴) خطای ساعت ماهواره و گیرنده
(۵) تصحیحات مرتبط با مرکز فاز (مرکز جرم) آنتن
(۶) خطاهای چند مسیری
(۷) عدم احتساب (As) و خطای تاریخی (SA)

* خطای یونوسفریک یا تأثیرات یونوسفریک:
یونوسفر ناحیه ای از گازهای یونیزه در اتمسفر زمین است که تأثیرات قابل توجهی بر روی سیگنالهای GPS دارد - یونوسفر از ارتفاع حدود 50 km از زمین شروع می شود و تا ارتفاع 1000 km ادامه دارد. دلیل به وجود آمدن یونوسفر تشعشات ماورا بنفش خورشیدی است.
تراکم یونوسفر از نظر تعداد یونهای موجود یا توجه به میزان تشعشات خورشیدی در ساعات مختلف شبانه روز به شدت تغییر می کند و همینطور میدان مغناطیسی زمین نیز بر روی یونوسفر تأثیر گذار است. به همین دلیل در نواحی قطبی یونوسفر رفتار پیچیده تری دارد.

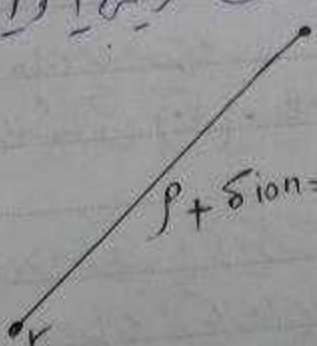
Subject:
Date



✓ این ناحیه هوا نیز دارد است

✓ خطای یونسفری یکی از مهم ترین خطاهای اندازه گیری با GPS است که تأثیر به سزایی در کیفیت تعیین موقعیت دارد. اندازه ی آخیرا تقدم یونسفری سیگنال GPS از چند متر تا بیش از حتی ۲۰ m در طول یک روز متفاوت است. به طور معمول در سایر خطای یونسفری کار مشکلی است و این به خاطر بهم کنش های فیزیکی میدان فرتو مغناطیس زمین و میدان مغناطیس های خورشیدی است.

تأثیر یونسفر روی فرکانس های مختلف امواج متفاوت است از همین خاصیت استفاده می شود و می توان اثر خطای یونسفری را تا حد قابل توجهی با استفاده از مشاهدات ترکیبی ۲ و ۳ فرکانسه یونسفری محاسبه از روی مشاهدات ارائه می شود.



* برای حذف خطای یونسفری ۲ راه حل کلی وجود دارد:

۱) استفاده از مشاهدات ترکیبی

۲) استفاده از مدلهای یونسفری (مدلسازی ریاضی)

- ماهیت خطای یونسفری: تأخیر گذر و تقدم فاز:

سرعت فاز یک موج الکترومغناطیسی از رابطه ی زیر بدست می آید:

λ = طول موج

f = فرکانس

(۱) $v_p = \lambda f$

↓ (Phase)

PAPCO

Subject
Date

از اثبات فرمولهای بعدی آنها از مطالب بالا می‌شود

✓ یک سیگنال مدوله شده در فضا با سرعتی که سرعت گروه نامیده می‌شود، منتشر می‌شود. این سرعت مقدارش از سرعت فاز است.

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda} \quad (2)$$

(v_g ↓ group)

رابطه‌ی فوق حدود ۱۰۰ سال پیش توسط یک فیزیکدان به نام Regleigh کشف شد و با رابطه‌ی (۱) یک مشتق کامل دارد.

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{df}{f} \quad (3)$$

مشتق کامل:

$$\rightarrow \frac{dv_p}{d\lambda}\frac{d\lambda}{df} + \frac{dv_p}{df}\frac{dv_p}{d\lambda} = 0 \quad \rightarrow \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{df}{f} = 0$$

($\frac{d\lambda}{df} = f$, $\frac{df}{d\lambda} = \lambda$)

✓ معادله‌ی (۲) را به صورت زیر هم می‌شود نوشت:

$$v_g = v_p + f\left(\frac{dv_p}{df}\right)$$

✓ اگر موج الکترومغناطیسی در خلاء منتشر شود $c = v_g = v_p$ ← سرعت نور در خلاء

به چنین محیطی، محیط پراکنده (non-dispersive) گوئیم. در غیر این صورت محیط پراکنده است. (مانند - یونسفر) و در ضریب شکست داریم n_g و n_p

$$\left.\begin{array}{l} (5)\ v_g n_g = c \\ (6)\ v_p n_p = c \end{array}\right\} \longrightarrow \frac{v_g}{v_p} = \frac{n_p}{n_g}$$

✓ با مشتق گیری از v_p نسبت به f در معادله‌ی (۴) رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$(4) \rightarrow v_p = \frac{c}{n_p} \rightarrow \frac{dv_p}{df} = \frac{-c}{n_p^2}\frac{dn_p}{df} \quad (7)$$

با جایگذاری (۷) در (۴)

$$v_g = v_p + f\left(\frac{-c}{n_p^2}\frac{dn_p}{df}\right)$$

$$\rightarrow \frac{c}{n_g} = \frac{c}{n_p} - \frac{fc}{n_p^2}\frac{dn_p}{df} = \frac{1}{n_p^2}\left(c\,n_p - fc\frac{dn_p}{df}\right)$$

$$\rightarrow n_g = \frac{n_p^2}{n_p - f\frac{dn_p}{df}} \quad (8)$$

PAPCO

اگر از بسط تیلور استفاده کنیم: $(1-x)^{-1} = 1+x+x^2+\cdots \quad |x|<1$

بدین ترتیب معادله‌ی (۸) را به صورت زیر تقریب می‌زنیم.

$$n_g = \frac{n_p}{1-\frac{f}{n_p}\frac{dn_p}{df}} \simeq n_p\left(1-\frac{f}{n_p}\frac{dn_p}{df}\right) = n_p + f\frac{dn_p}{df} \quad (9)$$

از سوی دیگر ضریب شکست فاز را نیز می‌توان به صورت زیر بسط داده می‌شود

$$n_p = 1 + \frac{a_1}{f^2} + \frac{a_2}{f^3} + \cdots \quad (10)$$

که در آن ضرایب a_1 و a_2 به چگالی الکترون (Ne) بستگی دارند. بدین ترتیب نامبرده‌ها بدین ترتیب تابعی هستند و با جایگذاری (10) در (9)

$$n_g = 1 + \frac{a}{f^2} + \frac{a_1}{f^2} + f\left(\underbrace{\frac{-2fa_1}{f^4} - \frac{3f^2a_2}{f^6}}_{\frac{-2a_1}{f^2} - \frac{3a_2}{f^2}}\right)$$

$$\rightarrow n_g = 1 - \frac{a_1}{f^2} - 2\frac{a_2}{f^3} \quad (11)$$

- اما نکته‌ی اساسی در اندازه‌گیری GPS مناسبی فاز است نه طول مسیر سیگنال در حال انتشار از ماهواره گرفته شده است که برای تحویل با ضریب شکست n استفاده از قانون فرما به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$\Delta r = \int (n-1)\, ds \quad (12)$$

↓ انتگرال روی مسیر انتشار سیگنال

↓ عنصر دیفرانسیلی طول

* تصحیحات ناشی از شکست مربوط به سیگنال‌های مشاهداتی کد و فاز هریک به صورت زیر ارائه می‌شوند:

تصحیح فاز $\rightarrow \delta p = \int (n_p - 1)\, ds = \int \left(\frac{a_1}{f^2} - \frac{a_2}{f^3}\right) ds$ ← با حذف ترم دوم

تصحیح کد $\rightarrow \delta g = \int (n_g - 1)\, ds = \int \left(-\frac{a_1}{f^2} - \frac{a_2}{f^3}\right) ds$

$$\Rightarrow \delta p - \delta g = \int \frac{a_1}{f^2}\, ds \quad (14)$$

PAPCO

Subject:
Date:

در معادله‌ی (۱۴) مشاهده می‌کنید که تصحیح مشاهده‌ی شبه‌فاز δp با تصحیح کد (ρ گروه)، δg مساوی و علامت آن مخالف است.

* تصحیح یون‌سفری: Ionospheric effects

تصحیح یون‌سفری بر روی شبه‌فاز مشاهدات کد تأثیر می‌گذارد

$$\delta p = -\delta g = -\int \frac{a_1}{f^2}\, ds \qquad (۱۴)$$

δp: تصحیح یون‌سفری مشاهدات فاز

$\int \frac{a_1}{f^2} ds$: برگشتی سیگنال

$$a_1 = -۴۰/۳\, Ne \qquad (۱۵)$$

Ne: چگالی الکترون‌های آزاد

با جایگذاری (۱۵) در (۱۴):

$$\delta p = -\delta g = -۴۰/۳ \int \frac{Ne}{f^2}\, ds = -\frac{۴۰/۳}{f^2} \underbrace{\int Ne\, ds}_{TEC}$$

TEC ← محتوای کل الکترون

$$TEC = \int Ne\, ds \qquad (۱۶)$$

محتوای کل الکترون در راستای زنیتی گیرنده تا ماهواره

$$\delta p = -\delta g = \frac{-۴۰/۳}{f^2} TEC \qquad (۱۷)$$

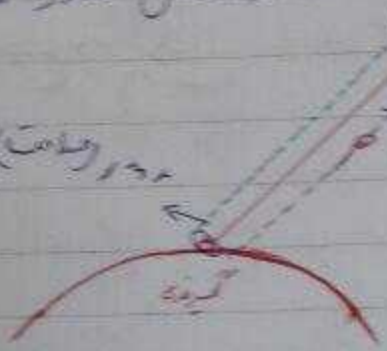
- باید توجه داشت که مولفه‌های در زنیت گیرنده قرار دارد
- اگر از این روابط برای تصحیح یون‌سفری استفاده کنیم
- f: برگشتی موج حامل و کاملاً معلوم است و قابل اندازه‌گیری
- اگر تصحیح یون‌سفری مدل داشته باشیم می‌توان TEC را محاسبه کرد

- برای اینکه بتوانیم از روش TEC را محاسبه کنیم روشهای مدل یون‌سفری انجام شده است.

- برای تعیین TEC در راستای زنیت گیرنده و سیگنال ماهواره‌ای که زنیت تصحیح انجام شده است با توابع نگاشتی (Mapping function) استفاده می‌شود که به این صورت است:

$$TEC\, P = TEC_{zf}$$

TEC در رابطه (۱۷) در راستای مسیر گیرنده - ماهواره است و در واقع همان TECp می‌باشد.
فرض بر این است که در رابطه (۱۷) انتگرال در طول مسیر گیرنده - ماهواره یعنی از خود ماهواره است. همچنین فرض
می‌شود که این انتگرال شامل تمام الکترون‌ها در یک ستون با سطح مقطع $1m^2$ در مسیر ماهواره تا
گیرنده است.



- واحد اندازه‌گیری TEC را TECU نامگذاری می‌کنند.
یک TECU برابر با 10^{16} الکترون است.
$1TECU = 10^{16}$ الکترون

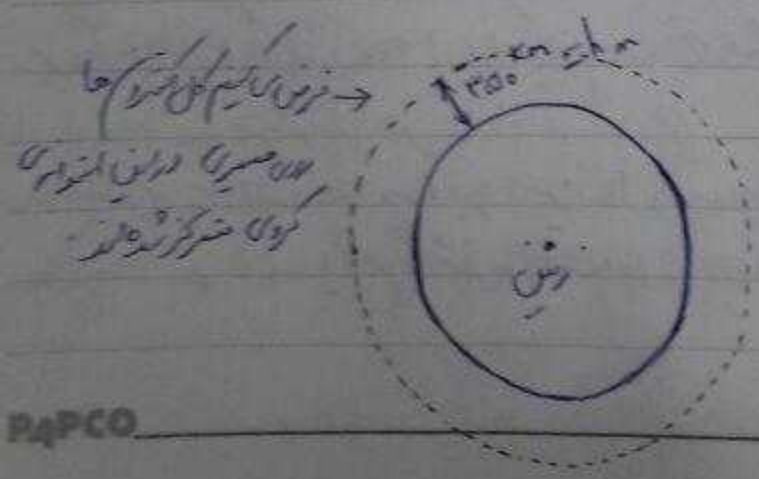
بنابراین اگر در رابطه (۱۷) را بازنویسی کنیم:

$$\delta p = -\delta g = \frac{-40.3}{f^2} TEC$$

اثر طول عمول TEC در راستای زنیتی گیرنده مداری می‌شود که آن را TEC$_1$ یا TEC$_2$ می‌گوییم.
این رابطه با رابطه ۱۸ هم مربوط می‌شود. بنابراین برای تابع نگاشتی F نیاز خواهیم داشت.

- ۳ نوع تابع نگاشتی داریم:
۱- توابع نگاشتی تصویری
۲- " " هندسی
۳- " " سینوسی

که در اینجا ما تابع اول را توضیح می‌دهیم. برای تابع نگاشتی تصویری، لایه‌ای یک لایه نازک در نظر گرفته می‌شود و یک توزیع متقارن از الکترون‌ها، با تراکم مشخص در نظر گرفته می‌شود، یعنی تمام الکترون‌های آزاد در طول مسیر S_2، در یک لایه و پیوسته با ضخامت بی نهایت کوچک متمرکز می‌شوند. (انگار که تمام الکترون‌های آزاد کل طول مسیر را جمع کرده و در یک لایه‌ی بسیار نازک قرار دهیم.)



$300^{km} \le h_m \le 400^{km}$

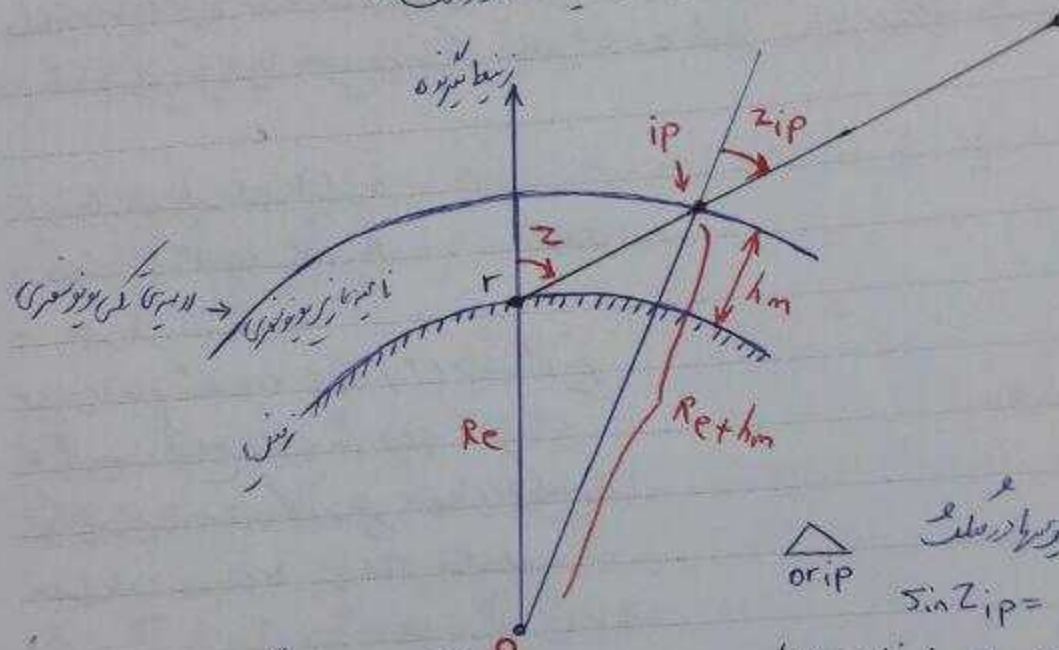
Subject:
Date: Moradi motlagh

- تابع نگاشتی این دسته مدلها اینطور تعریف می‌شود:

$$F = \frac{1}{\cos Z_{ip}} \quad (19)$$

در (19)، Z_{ip} زاویه‌ی سمتی ماهواره در مدل‌های یونوسفری است.

مدل‌های یونوسفری: مدل برخورد امتداد تابیده - ماهواره این‌ها مدنظر است.



با استفاده از قضیه‌ی سینوس‌ها در مثلث $\triangle oip$:

$$\sin Z_{ip} = \frac{Re}{Re+hm} \sin Z$$

بدین شکل با معلوم بودن Z یعنی زاویه‌ی سمتی ماهواره Z_{ip} و در پی آن F تعیین می‌گردد.

- اما برای محاسبه‌ی TEC_z نیز روش‌های مختلفی وجود دارد.

یکی از روش‌ها که متعادل کننده آن برای اعمال تصحیح یونوسفری از طریق پیغام ناوبری استفاده می‌شود مدل کلوبوچار است

↓ (Klobuchar Ionospheric Model)

↓ (Navigational Message)

↓ (قابل دریافت از ماهواره توسط گیرنده)

- به طور کلی برای اعمال تصحیح یونوسفری در GPS دو راه وجود دارد:

۱- مدل‌سازی ریاضی

۲- استفاده از مشاهدات ترکیبی:

I) مشاهدات ترکیبی دو فرکانسه و سه فرکانسه (تا حدود ۹۹٪ از خطای یونوسفری را حذف می‌کند)

II) مشاهدات ترکیبی دیگر مانند ترکیب بازدکد و معادلات تفاضلی

(با این روش خطای یونوسفری کاهش می‌یابد اما به خوبی ترکیب چند فرکانسه حذف نمی‌شود و همگان تعدادی از آن باقی می‌ماند)

PgPCO
۵۵

Subject:
Date

- در اینجا در مورد روش اول مدل یونوسفریک بحث شونده از طریق ماهواره اشاره می‌کنیم و البته روش‌های دیگری نیز در این حوزه وجود دارد که از ذکر آنها خودداری می‌شود.

✓ مدل یونوسفری بحث شونده شامل پارامترهایی از یک مدل یونوسفری پیش بینی شده است که مدل کلوبوچار نام دارد. با استفاده از این پارامترها تصحیح یونوسفریک محاسبه شده و مشاهدات اعمال می‌گردد.

- پارامترهای کلوبوچار عبارت اند از:
۱- ضرایب ۸ گانه‌ی α_i و β_i $\quad i = 0, 1, 2, 3$
۲- ϕ و λ آنتن گیرنده
۳- زمان انجام مشاهده‌ی GPS (t) برحسب ثانیه
۴- آرگیومنت ارتفاع ماهواره‌ای (E)
از ذکر جزئیات نرمول کلوبوچار خودداری می‌کنیم.
حاصل این روندها TEC_z خواهد بود.

★ حذف اثرات یونوسفریک با تلفیق ۲ فرکانس:

اثر یونوسفری بر روی فاز عبارت است از: $\delta\rho = \frac{A_1}{f^2}$ و $A_1 = \int \alpha_1 ds$ یا $A_1 = -40.3\, TEC$

توجه کنید که در اینجا از ترم دوم بسط (۱۳) یعنی a_2 صرف نظر شده است.
برای مشاهدات فاز در GPS کدام فرکانس از هر دو f_1 و f_2 استفاده می‌شود.

$$\delta\rho(f_1) = \frac{A_1}{f_1^2} \quad ; \quad \delta\rho(f_2) = \frac{A_1}{f_2^2} \qquad (II)$$

با استفاده از تلفیق دو اثرات یونوسفری حذف می‌شود:

$$f_1^2\,\delta\rho(f_1) - f_2^2\,\delta\rho(f_2) = A_1 - A_1 = 0 \qquad (III)$$

برای مشاهدات کد هم همینطور است:

$$f_1^2\,\delta g(f_1) - f_2^2\,\delta g(f_2) = 0$$

ضروری است که توجه داشته باشیم مشاهدات روی تلفیق دو فرکانس به صورت نگر شده با استفاده از یک ترکیب مرتبه‌ی کامل یعنی ۱ صرف نظر از ترم a_2 و a_3 و ... مدیریت آورده است.

PAPCO

- مشاهده‌ی کد مانع از پدیده‌ی سد به صورت زیر است.

$$R_1 = \rho + c\Delta\delta + \delta g(f_1)$$
$$R_2 = \rho + c\Delta\delta + \delta g(f_2)$$

$$R_1 f_1^2 - R_2 f_2^2 = (f_1^2 - f_2^2)(\rho + c\Delta\delta) \quad (17)$$

تقسیم ⇐ $R_1 f_1^2 - R_2 f_2^2 = \rho f_1^2 + c\Delta f_1^2 - A_1 - \rho f_2^2 - c\Delta\delta f_2^2 + A_1 = (f_1^2 - f_2^2)(\rho + c\Delta\delta)$

تقسیم (17) بر $f_1^2 - f_2^2$ تفکیک مانع از پدیده‌ی سد می‌گردد.

$$\left[R_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2} R_2\right] \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} = \rho + c\Delta\delta$$

↓

مشاهده‌ی تفکیک کردن مکان پدیده‌ی

و اما مشاهدات ما در دوربین:

$$\lambda_1 \Phi_1 = \rho + c\Delta\delta + \lambda_1 N_1 - \delta\rho(f_1)$$
$$\lambda_2 \Phi_2 = \rho + c\Delta\delta + \lambda_2 N_2 - \delta\rho(f_2)$$

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c}}$$

$$\Phi_1 = \frac{f_1}{c}\rho + f_1\Delta\delta + N_1 - \frac{f_1}{c}\delta\rho(f_1)$$

$$\Phi_2 = \frac{f_2}{c}\rho + f_2\Delta\delta + N_2 - \frac{f_2}{c}\delta\rho(f_1)$$

تجمیع

$$\Phi_1 = a f_1 + N_1 - \frac{b}{f_1} \qquad a = \frac{\rho}{c} + \Delta\delta$$

$$\Phi_2 = a f_2 + N_2 - \frac{b}{f_2} \qquad b = \frac{f_1^2}{c}\delta\rho(f_1)$$ تم پدیده‌ی

ترکیب دو مشاهده با همگر (تفکیک در دوربین)

$$\Phi_1 f_1 - \Phi_2 f_2 = a(f_1^2 - f_2^2) + N_1 f_1 - N_2 f_2$$

↓ تم پدیده‌ی نابدید شده است.

ضریب مجهولی تعریف شده در $\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$ مشاهده‌ی تفکیک مانع از مکان پدیده‌ی عامل آن می‌گردد.

$$\left[\Phi_1 - \frac{f_2}{f_1}\Phi_2\right]\frac{f_1^2}{f_1^2-f_2^2} = \alpha f_1 + \left[N_1 - \frac{f_2}{f_1}N_2\right]\frac{f_1^2}{f_1^2-f_2^2}$$

↓ شامله ترکیب باز بودم خطای یونوسفری

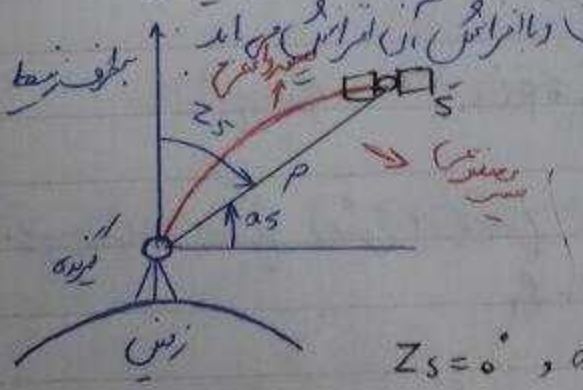
✓ دراین حالت دقت طبیعی عدد صحیح بودن ابهام باز است نمود نیاز کمتر f_2/f_1 برای GPS عدد صحیح است.

✓ اگر از مشاهدات تلفیقی سه فرکانس استفاده کنیم که آن را نیز خواهد داشت. می‌توان ترم سوم یعنی A_2 را هم حذف کرد و اما این به دلیل خاصیت تجمع نویز خطا بیشتر می‌شود.

۲ـ خطای تروپوسفریک:

تروپوسفر کشش زیرین جو بالای سطح زمین است که ضخامت آن حداکثر ۵۰km می‌رسد (۳۰-۵۰ km) برملاف یونوسفر، تروپوسفر محیط غیر پاشندگی است (Non-dispersive) و بنابراین تأثیر تروپوسفر در استفاده سیگنال GPS از امواج با گیرنده مستقل از فرکانس سیگنال می‌باشد. پس با معادلات ترکیبی ۱ و ۲ فرکانس قابل حذف است.

* سیگنال الکترومغناطیس در تروپوسفر تحت تأثیر اتم‌های با بار الکتریکی خنثی و مولکول‌های هوا هستند. به اثر تروپوسفری بردی سیگنالهای GPS آغشتگی تروپوسفری می‌گویند [یا انکسار تروپوسفری] اندازه‌ی خطای تروپوسفری در هر سیکل ماهواره در زنیما گیرنده قرار داشته است حدود ۲ متر است. اندازه‌ی این خطا وابسته به زاویه‌ی زنیطی ماهواره است و با افزایش آن افزایش می‌یابد.



z_s = زاویه‌ی زنیطی ماهواره

a_s = " ارتفاعی "

$z_s = 90^\circ - a_s$

$z_s = 0^\circ$, $a_s = 90^\circ$ ⟶ $\delta_{Trop} \simeq 2.4$ m

$z_s = 75^\circ$, $a_s = 15^\circ$ ⟶ $\delta_{Trop} = 9.3$ m

به همین دلیل سیگنالهای دریافتی از ارتفاع زیر 15° به طور معمول توسط گیرنده فیلتر می‌شوند.

- باندم : بزرگی خطای تروپوسفری، مخصوصاً برای ماهواره‌های واقع در ارتفاع پایین (نسبت به افق گیرنده)
- خطای تروپوسفری ۴ عامل اصلی دارد:
۱- دما ۲- فشار ۳- رطوبت ۴- موقعیت ماهواره نسبت به گیرنده

- معادله خطای تروپوسفری، اندازه‌ی خطای نهایی تروپوسفری، براساس اصل فرما در مسیر یک پرتو شکل زیر نوشته می‌شود.

$$S_{trop} = \int_{p} (n-1)\,ds$$

مسیر شکست نسبیا $= 0$

انتگرال در طول مسیر سیگنال است. که برای راحتی آن را با هم میگیریم.

- $n-1$ به دو جزء [$n-1$ خشک + $n-1$ مرطوب] تقسیم می‌شود. به آنها ولی مهم نیست. اختلاف یک کمیت از مقدار نرمال آن را بیان می‌کند. اندازه‌ی آنها ولی مهم نیست از مدل زیر استفاده می‌شود:

N را به دو بخش خشک و تر تقسیم می‌کنند:

$$N = 10^6 (n-1)$$

$$N = N_W + N_D$$

(wet: N_W ، dry: N_D)

$$\delta_{trop} = \delta_N + \delta_D = 10^{-6} \int N_N\,ds + 10^{-6} \int N_D\,ds$$

- معادله تصحیح تروپوسفری انتگرال را در طول مسیر زنیطی محاسبه می‌کند و از مقدار F (تابع نگاشت) برای تبدیل آن به سمت هر ماهواره استفاده می‌شود.

$$\delta_{trop} = \delta_{NZ} F_N + \delta_{DZ} F_D$$

تابع نگاشت ها — تصحیح در راستای زنیطی

$$F = \frac{1}{\cos z}$$

- مدلسازی ریاضی این خطای سیستماتیک از ۲ مدل زیر استفاده می‌شود:

۱- مدل ساستاونن (Saastamoinen)

$$\delta = \frac{0.002277}{\cos z}\left[P + \left(\frac{1255}{T} + 0.05\right)e - B\tan^2 z\right] + \delta R$$

z ≡ زاویه‌ی زنیتی ماهواره

T ≡ دمای سطح زمین بر حسب کلوین

P ≡ فشار ایستگر بر حسب میلی بار

e ≡ فشار بخار آب موجود در جو زمین بر حسب میلی بار

δR و B جملات تصحیحی که بستگی به H (ارتفاع ایستگر) و z می‌باشند.

۲- مدل هاپفیلد:

در این مدل δ برای دو مؤلفه خشک و تر جداگانه حساب می‌شود.

$$\delta = \delta d + \delta w$$

$$\delta_i = 10^{-6} N_i \sum_{k=1}^{4} \frac{f_{k,i}}{k} r_i^k \qquad ; i = w, d$$

اندیس k نشان دهنده‌ی وضعیت‌های خشک و تر است و مؤلفه دیگری به آن اضافه نمی‌شود و وضعیت خشک و تر، وضعیت‌های شناخته شده‌ای هستند که در این مدل در نظر گرفته می‌شوند.

* اکثر گیرنده‌های ژئودتیکی جدید از مدل هاپفیلد به عنوان مدل پیش فرض استفاده می‌کنند.

Subject
Date

حرف

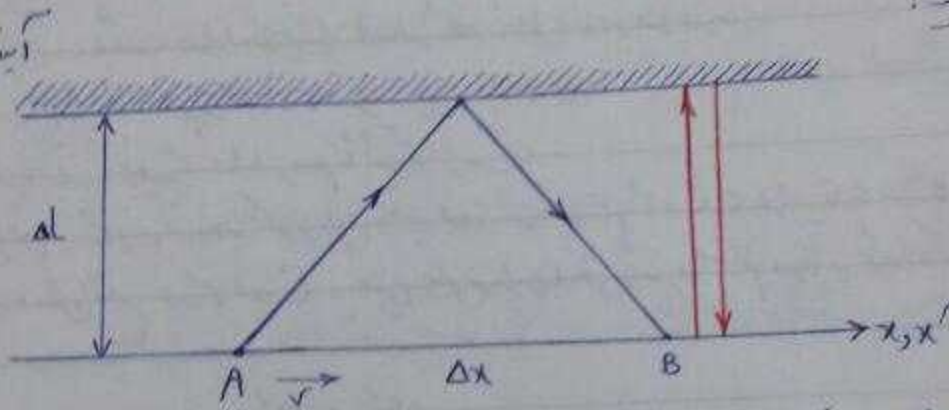
۳- مطلقای نسبیتی:

نسبیت خاص اینشتین براساس دو اصل مهم است.

۱- اصل نسبیت: معادلات تشریح کننده ی قوانین فیزیک در تمامی دستگاه های مختصات اینرسیال صورت واحد دارند.

۲- اصل ثابت بودن سرعت نور: سرعت نور یک ثابت جهانی است که مستقل از وضعیت سرعت منبع نور می باشد یعنی فرقی نمی کند که منبع نور ساکن باشد یا با سرعت ثابت یا با شتاب حرکت کند در همه حال $c = constant$

به شکل زیر توجه کنید:



دو دستگاه مختصات S و S' را در نظر بگیرید که محورهای x و x' بر هم منطبق است و ناظرهای آنها با هم تماس است.

ابتدا که S بر A و ابتدا S' بر B قرار دارد.

ابتدا که چشمی A با سرعت ثابت v در امتداد محور x به طرف B در حال حرکت است.

فاصله ی A تا B برابر Δx است و یک آینه ی تخت داریم که در فاصله ی Δl از محور x قرار دارد.

پرتوی خروجی از A به طرف آینه ی تخت تابیده می شود و بازتاب آن در B دریافت می گردد.

فرض بر این است که سرعت B به قدری زیاد باشد که در لحظه ی دریافت پرتو در B، A و B رسیده باشد.

✓ در سیستم S:

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{(\Delta l)^2 + (\Delta x/2)^2}}{c} \quad (1)$$

اما طبق فرض $\Delta x = v\Delta t$ با جایگزینی این رابطه در (۱):

$$\Delta t = \frac{2\Delta l/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (2)$$

(v: سرعت دستگاه مختصات S')

مبنای اصل دوم $c = const$ ← در هر دو سیستم

PqPCO

Subject:
Date

حرف

بنابراین زمان انتقال نور از A و B در دستگاه دوار حرکت 'S برابر است با $\Delta t' = \frac{2\Delta L}{c}$ (۳)
با جایگذاری (۳) در (۲):

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (۴)$$

اگر v مقدار کمی داشته باشد. مثلاً: $v = 10^m/s$ یا $v = 36\frac{km}{h}$ آنگاه $\frac{v}{c}$ تقریباً برابر صفر و یک در نتیجه $\Delta t \simeq \Delta t'$ بهتر بگویم است.

$$\frac{10}{3\times10^8} \simeq 0 \rightarrow \Delta t \simeq \Delta t'$$

اما اگر v بزرگ باشد، مقدار اختلاف Δt از $\Delta t'$ قابل توجه خواهد شد.

در مورد GPS $v = 14\frac{km}{s}$ یا $v \simeq 41200^m/s$

$$\frac{v}{c} \simeq 2\times10^{-4}$$

هرچند خطی بزرگ نیست اما باز هم تأثیر گذار است.

از قسمتی (۴) نتیجه می‌شود که زمان تغییر نمود در سیستم ثابت S (ایستاده در B) کوتاهتر از زمان تغییر نمود طول واقع در یک است. یعنی زمان برای ناظر واقع در سیستم دوار حرکت کُندتر می‌گذرد.

در اطراف $\Delta S = c\Delta t$ و $\Delta S' = c\Delta t'$
با جایگذاری در (۴):

$$\Delta S = \frac{\Delta S'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (۵)$$

و با حذف c:

$$f = f'\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \quad (۶)$$

بر این اساس فرکانس سیستم دوار حرکت با سرعت v تقلیل می‌یابد.

→ بسط تیلور

$$\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = 1 + \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2 + \cdots$$

$$\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = 1 - \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2 + \cdots \quad (۷)$$

و بنابراین:

$$\frac{\Delta t - \Delta t'}{\Delta t'} = \frac{\Delta S - \Delta S'}{\Delta S'} = \frac{-f-f'}{f'} = \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2$$

فرمول تصحیح نسبیت خاص است. برای تصحیح نسبیت عام، خارج از اینرسی هم از روی سرعت می‌گیرند که تصحیح آن در حوصله این درس نیست. فقط به طور خلاصه تصحیح کل نسبیت خاص و عام برای سیگنال‌های GPS به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-\frac{f-f'}{f'} = \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2 + \frac{\Delta U}{c^2}$$

(تصحیح نسبیت خاص) ← اختلاف پتانسیل ماهواره از زمین

↓ تصحیح نسبیت عام

Subject:
Date: Moradi mottaghi

* تصحیحات سینتی را در تبادل با GPS ۵ مورد در نظر گرفته شد:

۱ تصحیح برکانس
۲ " سیر سینتیال
۳ " دوران زمین
۴ " خروج از مرکزی مدار ماهواره
۵ " شتاب ماهواره براساس سنت عام

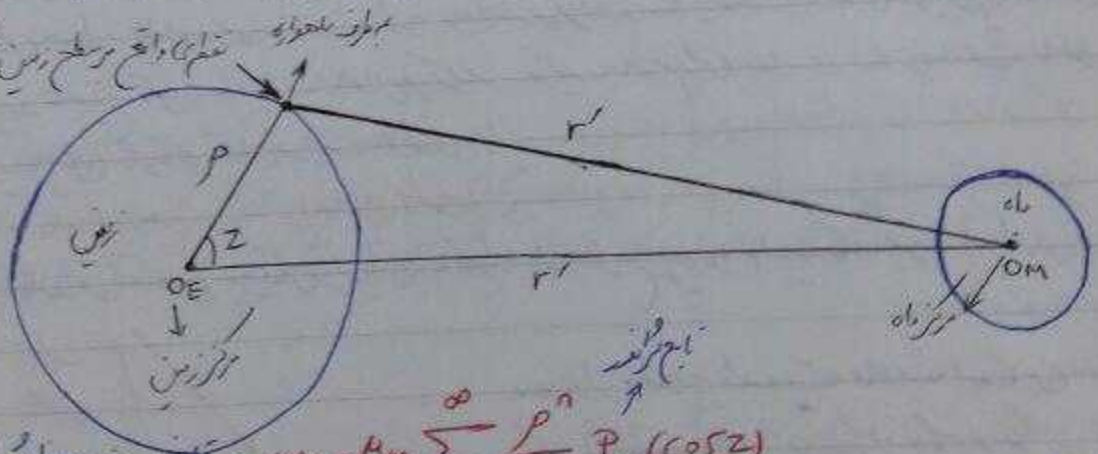
۱ : در مورد ماهواره در برکانس آن باید اصلاح شود. برای اینکار از پروتوکل ۹ استفاده می‌کند. $f \to f - 0.00457$ و تصحیح برکانس گیرنده توسط نرم افزار اعمال می‌گردد.

* خطاهای چند زمینه:

۷ مهم ترین عامل محدود کننده دقت موقعیت یابی ماهواره ای است

- این خطا ۲ منشأ دارد:

۱- جابجایی ایستگاه GPS در اثر عوامل محدود کننده ۲- جابجایی ناشی از تغییر وضعیت اتمسفر بالا در اثر عوامل محدود کننده

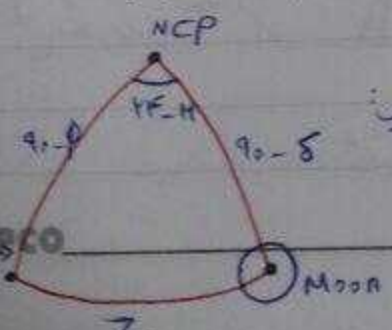


$$W_p = \mu_m \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\rho^n}{r^{n+1}} P_n(\cos Z)$$

پتانسیل جاذبه‌ی ماه ← ثابت جاذبه‌ی ماه

تابع لژاندر

$\mu_m = GM_m$ ← جرم ماه



Z زاویه‌ی بین ماه و گیرنده نسبت به مرکز جرم زمین در راستای شکل زیر:

H زاویه‌ی ساعتی ماه

$$\cos Z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H$$

۹۳

Subject:
Date:

- میزان ماجایی نقطه‌ای در راستای سه مؤلفه‌ی ΔS_r و ΔS_φ و ΔS_A نشان داده می‌شود.

(تأثیر برآیند)

ماجایی در راستای شعاعی ← $\Delta S_r = \sum_{n=2}^{5} h_n \frac{W_{P(n)}}{g}$

$W_{P(n)} \equiv$ پتانسیل عدد دوری تأثیر مرتبه‌ی n

$h_n \equiv$ ضرایب شیا ← مقادیر آن را از جدول پیدا کنید

ماجایی در راستای شمالی جنوبی ← $\Delta S_\varphi = \sum_{n=2}^{5} h_n \frac{\partial W_{P(n)}}{g \partial \varphi}$

ماجایی در راستای شرقی غربی ← $\Delta S_\lambda = \sum_{n=2}^{5} h_n \frac{\partial W_{P(n)}}{g \cos\varphi \partial \lambda}$

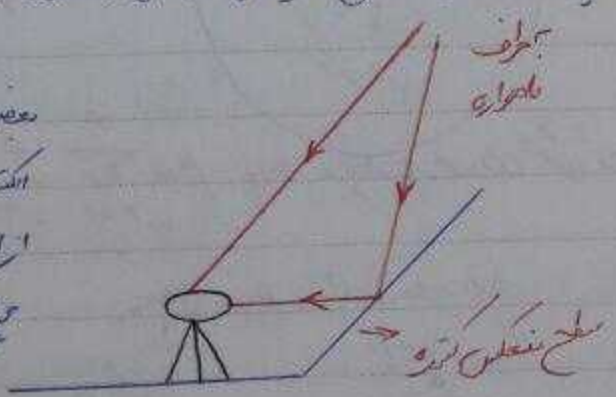
ضرایب Love $\equiv h_n$

۵- خطای ساعت گیرنده و ماهواره:

در تعیین موقعیت نسبی که در آن از روش جای تفاضلی (معادلات ترکیبی تفاضلی) استفاده می‌شود، این خطا به طور کامل حذف می‌گردد. در تعیین موقعیت مطلق، خطای ساعت گیرنده همانطور که قبلاً اشاره شد به عنوان مجهول جدید وارد معادلات شده و محاسبه می‌گردد. و خطای ساعت ماهواره از طریق مدل‌های محاسبه و تصحیح آن، مشاهدات اعمال می‌گردد. ضرایب لازم برای محاسبه‌ی خطای ساعت ماهواره از اطلاعاتی پیش‌بینی شونده تأمین می‌شوند.

۶- خطای چندمسیری (multipath)

این خطا در اثر انعکاس سیگنال ارسالی از ماهواره از سطوح پیرامون ایستگاه گیرنده ایجاد می‌شود.



بعضی از سطوح بطبیعت خاصیت انعکاس امواج الکترومغناطیس دارند و در اثر انعکاس امواج GPS از این سطوح در یافت آن توسط گیرنده خطای چندمسیری آشکار می‌آید.

تهیه‌ی ساختمان‌ها در حیاط‌های شهری

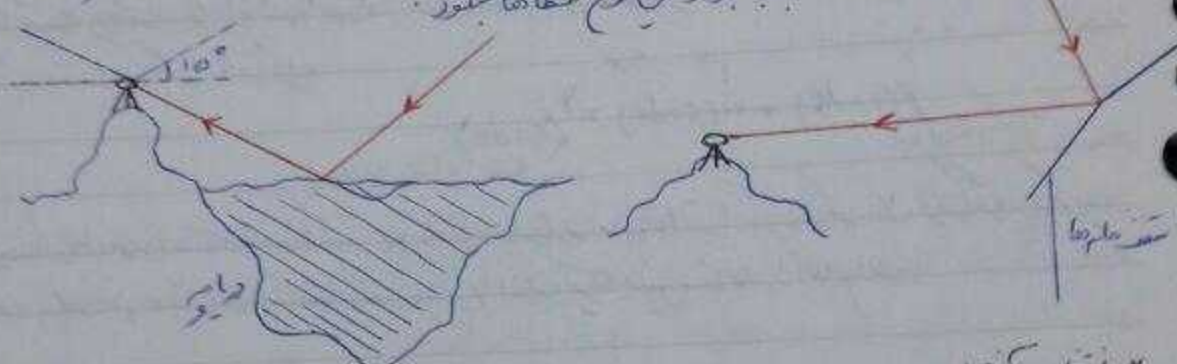
Subject:
Date: Moradi motlagh

* برای برخورد با خطای چند مسیری راه حل های زیر وجود دارد:

۱- انتخاب بهترین محل ایستگاه:

۱-۱- ایستگاه باید در نقطه ای از انتخاب شود و حداقل موانع در اطراف آن موجود باشد.

۱-۲- هنگام ایستگاه گذاری بهتر است اطراف ایستگاه توسط شود تا سطح آب دریاچه یا سطح شیروانی خاکریزها می تواند موجب بروز این نوع خطاها شود.



۲- انتخاب آنتن:

۲-۱- از آنتن هایی استفاده شود که تأثیر خطای چند مسیری را کاهش می دهد. این آنتن ها به ارتفاع کم حساس نیستند و امواج بازتابش از زوایای ارتفاعی کم را حذف کنند.

۲-۲- استفاده از آنتن های مخصوص ملقب به (choke ring) و آنتن های دارای صفحات زمینی (grand plane) اساس کار آنتن های چوک رینگ بر این اساس است که موج از زمین تغییر می کند. این آنتن ها قادرند، امواجی که جهت پولاریزاسیون آنها تغییر کرده و تضعیف یافته است را حذف کنند.

۳- روبایی و کشف خطای چند مسیری با نرم افزار:

از تئوری و تحلیل سایر داده های مرتبط با مشاهدات برای نشان دادن کیفیتی آنها و کشف اشتباه غیر عادی می توان این خطا را کشف و حذف کنیم.

۷- خطای عمدی SA و غیر عمدی AS

خطای عمدی خطایی بود که در بهمن ۹۰ میلادی توسط وزارت دفاع GPS وجود داشت و باعث

Subject:
Date:

شده که خطای مداری ماهواره به سمت افزایش یابد به طوری که تعیین موقعیت نادرست آنها (۶/۸) بیشتر تأثیر شدید قرار میگیرند در ماه می (MAY 2000) این خطا از روی GPS برداشته شد. (این خطا تا تاریخ پیوسته است.

- خطا اعتشاش: برای مقابله با این گونه اشکالات که باعث اختلال در امواج دریافتی توسط گیرنده می شود طراحی شده است. براین اساس که اندازه گیری P توسط کد و فاز W مقایسه می شود و تبدیل به کد Y می گردد.

$$P(code) + W(code) = Y(code)$$

کد اندازه گیری — کد فاز — کد ترکیبی از ماهواره

گیرنده های مخصوص نظامی فقط کد W را در اختیار دارند و می توانند با آن از کد Y به صورت کامل و با دقت بیشتر دسترسی داشته باشند و با آن اندازه گیری دقیق تا حد را انجام دهند

فصل ششم: مدل های ریاضی تعیین موقعیت

در این فصل با 3 نوع تعیین موقعیت (مطلق و یا تک ای (Point positioning) (دیفرانسیلی DGNSS یا DGPS) و (تعیین موقعیت نسبی (Relative

۱- تعیین موقعیت مطلق:

این نوع تعیین موقعیت با هر 3 نوع مشاهدات کد - فاز تلفیقی - (داپلر) قابل انجام است. که معمولا به شکل زیر فرض برای تعداد نامعلومی از مشاهدات کد استفاده می شود.

معادلات مشاهدات کد:

همانطور که قبلا ذکر شد معادله ی شبه فاصله ای کد به صورت ذیل می باشد:

$$R_r^s(t) = \rho_r^s(t) - c(\delta t_r - \delta t^s) + \delta ion + \delta tro + \delta tide + \delta rel + \delta mul + \dots$$

فرض این است که تمامی خطای سیستماتیک به جز ساعت گیرنده از طریق مدلسازی یا تعیین محاسبه شده و حذف شوند. این اندیس ها را نادیده می گیریم.

و با این از بین بردن و اعمال تصحیحات معادله ی مشاهده ی تصحیح شده به صورت زیر خواهد بود:

Subject:
Date:

$$R_r^S(t) = \rho_r^S(t) - c(\delta t_r - \delta t_s) + \varepsilon$$

باقی‌مانده‌ی مطلق سیستماتیک ↑ — اثر ساعت ایزه‌گیری

به این نکته‌ی مهم هم باید توجه داشت که روش‌های ریاضی به صورت تقریبی از خطاهای سیستماتیک کاهش می‌دهد و پس از اعمال تصحیح هم مقدار قابل توجه از خطا باقی می‌ماند - گرچه این مقدار باقی‌مانده برای تعیین موقعیت گیرنده تقریباً شکل مناسب است و قابل قبول نیست اما برای تعیین موقعیت نادیری اهمیت چندانی ندارد.

×اصول پیکربندی:

اصول پیکربندی این‌گونه که تعداد مشاهدات یعنی (m) باید مساوی یا بزرگ‌تر از تعداد مجهولات (u) باشد تعریف می‌گردد. این شرایط کافی هستند اما لزوماً ممکن است کیفیت برای حل مسئله مشکل کسب مرتبه‌ی قابل قبول نباشد. (A) در معادلات مشاهدات نوامبر مشهود

تعداد اپک‌های ایزه‌گیری (کدهای ایزه‌گیری از هر ماهواره) ↑

$m = n_s n_t$ ← تعداد مشاهدات در تعیین موقعیت مطلق

تعداد ماهواره‌ها ↓

مختصات گیرنده ← (x, y, z) ↑

$u = 3 + n_t$ ← تعداد مجهولات

خطای ساعت گیرنده در هر اپک مشاهداتی

- باید توجه داشت که خطای ساعت گیرنده را بیشتر به‌زمان فرض می‌شود با اینکه تغییرات خطای ساعت گیرنده جزئی است. اما همین تغییرات جزئی می‌تواند برای ما تأثیر زیادی داشته باشد. چون با سرعت نور سروکار داریم. $x = c.t$

$$df = n - u = n_s n_t - 3 - h_t$$

$$df = n_t(n_s - 1) - 3$$

شرط وجود جواب: $m \geq u \rightarrow$

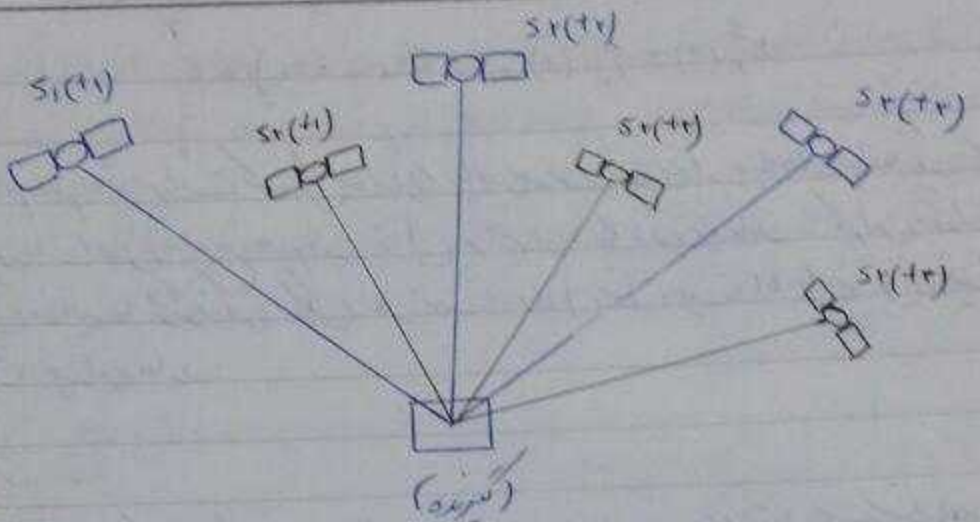
پس شرط وجود جواب این است که $n_s n_t \geq 3 + n_t$

$$\rightarrow n_t \geq \frac{3}{n_s - 1}$$

پس باتوجه به رابطه‌ی فوق حداقل تعداد ماهواره‌ها $n_s = 2$ باشد که در این‌صورت $n_t \geq 3$ یعنی اگر بخواهیم با ۲ ماهواره تعیین موقعیت کنیم حداقل ۳ اپک مشاهداتی نیاز داریم.

PAPCO

Subject:
Date



✓ اگر ماهواره‌ها پیاپی بین یک هاکوتاه باشد $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ مقدار کوچکی داشته باشد جابجایی ماهواره‌ها در این مدت قابل زمان قابل توجه و مسئله بدرستی حل خواهد شد.
با این روش برای اینکه حداقل بگیریم باید $\Delta t = 10^{-18}$ باشد و با حتی کمتر
اما اگر تعداد ماهواره‌ها را به ۴ افزایش دهیم $n_4 \geq 1$ خواهد شد و حتی یک ایک هم جواب خواهیم داشت.

n_4 = تعداد ایک‌ها
n_5 = تعداد ماهواره‌ها

★ پیکربندی در حالت مطلق کینماتیک اندازه‌گیری:
در این وضعیت (کینماتیک) گیرنده در حال حرکت می‌باشد و مختصات آن باید در هر ایک تعیین شود و می‌توانیم تعیین موقعیت گیرنده را با ۲ ایک داشته باشیم. تعداد مختصات مجهول ۳ برابر n_4 است $(3n_4)$
کما اضافه شدن تعدد ایک ساعت گیرنده $u = 4n_4$
تعداد مشاهدات کاذب $m = n_5 n_4$

$$n_5 n_4 \geq 4n_4 \longrightarrow n_5 \geq 4$$

اگر حداقل ۴ ماهواره داشته باشیم امکان تعیین موقعیت سه‌بعدی جسم متحرک وجود خواهد داشت

★ معادلات مشاهدات و فرآیند برنامه‌نویسی:
فاصله‌ی هندسی بین ماهواره و گیرنده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\rho_r^s(t) = f(x_r, y_r, z_r) = \sqrt{(x^s(t) - x_r)^2 + (y^s(t) - y_r)^2 + (z^s(t) - z_r)^2} \quad (1)$$

(برای یک ایک)

Subject:
Date:

درستگاه مختصات زمین مرکز ECEF این فاصله تا چهار مختصات مجهول گیرنده است.
فرض (۱) برای توان بردن تیلور نیاز داریم (حول مختصات اولیه‌ی) $(X_{r_0}, Y_{r_0}, Z_{r_0})$

$$(۲)\quad \rho_r^s(t) = \rho_{r_0}^s(t) - \frac{X^s(t)-X_{r_0}}{\rho_{r_0}^s(t)}\Delta X_r - \frac{Y^s(t)-Y_{r_0}}{\rho_{r_0}^s(t)}\Delta Y_r - \frac{Z^s(t)-Z_{r_0}}{\rho_{r_0}^s(t)}\Delta Z_r$$

$$\frac{\partial f(X_r,Y_r,Z_r)}{\partial X_r}\Big|_{\substack{X_r=X_{r_0}\\ Y_r=Y_{r_0}\\ Z_r=Z_{r_0}}}$$

$\Delta X_r = X_r - X_{r_0}$
$\Delta Y_r = Y_r - Y_{r_0}$
$\Delta Z_r = Z_r - Z_{r_0}$

سری تیلور $\rightarrow f(X_r,Y_r,Z_r) = f(X_{r_0},Y_{r_0},Z_{r_0}) + \frac{\partial f}{\partial X_r}\Big|_{\substack{X_{r_0}\\ Y_{r_0}\\ Z_{r_0}}}\Delta X_r + \frac{\partial f}{\partial Y_r}\Big|_{\substack{X_{r_0}\\ Y_{r_0}\\ Z_{r_0}}}\Delta Y_r + \frac{\partial f}{\partial Z_r}\Big|_{\substack{X_{r_0}\\ Y_{r_0}\\ Z_{r_0}}}\Delta Z_r + \cdots$

* اگر از مرتبه‌ی بالاتر استفاده کنیم: (۳)

$$a_{X_r}^s = \frac{-X^s(t)-X_{r_0}}{\rho_{r_0}^s(t)}$$

$$a_{Y_r}^s = -\frac{Y^s(t)-Y_{r_0}}{\rho_{r_0}^s(t)}$$

$$a_{Z_r}^s = -\frac{Z^s(t)-Z_0}{\rho_{r_0}^s(t)}$$

با جایگذاری (۳) در (۲):

$$(۴)\rightarrow \rho_r^s(t) = \rho_{r_0}^s(t) + a_{X_r}^s\Delta X_r + a_{Y_r}^s\Delta Y_r + a_{Z_r}^s\Delta Z_r$$

حالا معادله‌ی شبه فاصله‌ای که برای می‌نویسیم:

$$(۵)\rightarrow R_r^s(t) = \rho_r^s(t) + c\,\delta_r(t) - c\,\delta^s(t) + \varepsilon$$

$R_r^s(t)$: شبه فاصله‌ی گیرنده
$c\,\delta_r(t)$: خطای ساعت گیرنده
$c\,\delta^s(t)$: خطای ساعت ماهواره
ε: خطای باقی مانده‌ی مدل، صرف خطای سیستماتیک

Subject:
Date

با جایگذاری (۴) در (۵) می‌توان معادله‌ی زیر را بدست آورد:

$$\rho_{r}^{s}(t) - \rho_{r_0}^{s}(t) + c\,\delta_{r}^{s}(t) = a_{x_r}^{s}\Delta x_r + a_{y_r}^{s}\Delta y_r + a_{z_r}^{s}\Delta z_r + \varepsilon + c\,\delta_r(t)$$

- $\rho_{r}^{s}(t)$: شبه‌فاصله‌ی اندازه‌گیری‌شده
- $\rho_{r_0}^{s}(t)$: فاصله‌ی هندسی محاسبه‌شده
- $c\,\delta_{r}^{s}(t)$: فاصله‌ی هندسی معادل خطای ساعت‌ها
- $a_{x_r}^{s}\Delta x_r + a_{y_r}^{s}\Delta y_r + a_{z_r}^{s}\Delta z_r$: فاصله‌ی هندسی محاسبه‌شده
- ε: خطای اتمسفری
- $c\,\delta_r(t)$: خطای ساعت گیرنده

l^{s}: مشاهده‌ی

$l = Ax + v$ → مدل پارامتریک

از معادله‌ی بالا می‌توانیم مدل پارامتریک را به صورت شکل زیر بنویسیم:

فرض کنید ۴ ماهواره داشته باشیم:

$$\begin{pmatrix} l^1 \\ l^2 \\ l^3 \\ l^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{x_r}^1 & a_{y_r}^1 & a_{z_r}^1 & c \\ a_{x_r}^2 & a_{y_r}^2 & a_{z_r}^2 & c \\ a_{x_r}^3 & a_{y_r}^3 & a_{z_r}^3 & c \\ a_{x_r}^4 & a_{y_r}^4 & a_{z_r}^4 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \\ \Delta z_r \\ \delta_r(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon^1 \\ \varepsilon^2 \\ \varepsilon^3 \\ \varepsilon^4 \end{pmatrix}$$

l — A — x — v (برداشتی)

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l$$ → برآورد مجهولات

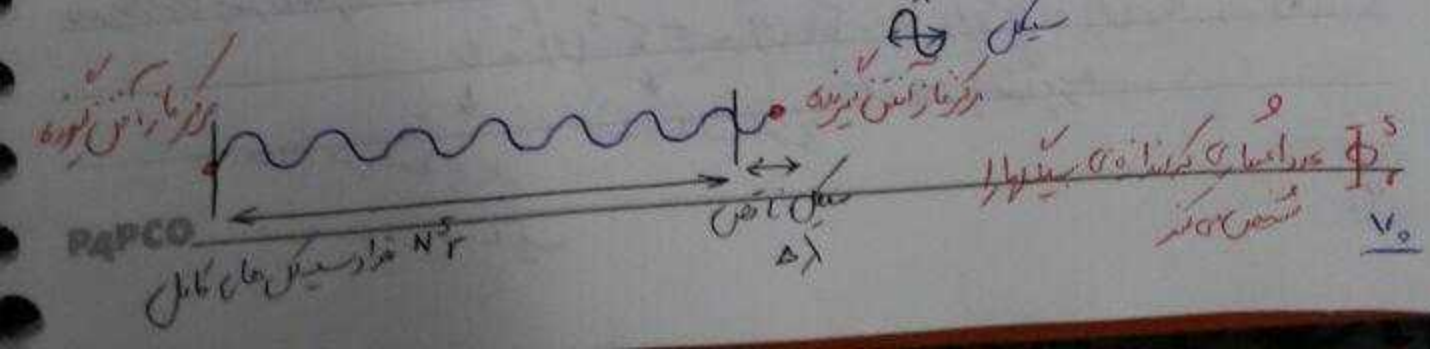
بدین ترتیب با استفاده از این رابطه می‌توان مختصات مجهول گیرنده و مقدار خطای ساعت آن برآورد می‌شود.

* تعیین موقعیت مطلق (یا مطلق کد) با مشاهدات فاز حامل:

مدل ریاضی اندازه‌گیری‌های شبه‌فاصله‌های فاز حامل به شکل زیر است.

$$\Phi_{r}^{s}(t) = \frac{1}{\lambda^s}\rho_{r}^{s}(t) + N_{r}^{s} + \frac{c}{\lambda^s}\Delta\delta_{r}^{s}(t) + \varepsilon$$

- $\Phi_{r}^{s}(t)$: فاز حامل اندازه‌گیری‌شده توسط گیرنده بر حسب سیکل
- N_{r}^{s}: ابهام فاز (تعداد سیکل‌های کامل از ماهواره تا گیرنده)
- $\frac{c}{\lambda^s}\Delta\delta_{r}^{s}(t)$: تأثیر ساعت گیرنده و ماهواره
- ε: خطای اتمسفری باقیمانده



معادله را اینطور هم می‌توان نوشت:

$$v) \quad \phi_r^s(t) + f^s \delta^s(t) = \frac{1}{\lambda^s} p_r^s(t) + N_r^s + f^s \delta_r(t) + \varepsilon$$

$f^s = \frac{c}{\lambda^s}$ ← مرکانس سیگنال ماهواره

اگر $p_r^s(t)$ را از (۴) در (۷) جایگذاری کنیم و طرفین ساده را در λ^s ضرب نماییم:

$$\lambda \phi_r^s(t) - \underbrace{\rho_{r0}^s(t)}_{l^s} + c\,\delta^s(t) = a_{xr}^s(t)\Delta x_r + a_{yr}^s(t)\Delta y_r + a_{zr}^s(t)\Delta z_r + \lambda N_r^s + c\,\delta_r(t) + \varepsilon$$

↓ معادله‌ی مشاهده در مدل پارامتریک

* به طریق مشابه می‌توان مدل پارامتریک را تشکیل داد: چهار ماهواره یک مشاهده‌ای

دقت کنید که اعداد بالایی اندیس و پایین‌ها نشانه‌ی ماهواره‌ها هستند

$$\underbrace{\begin{pmatrix} l^1 \\ l^2 \\ l^3 \\ l^4 \end{pmatrix}}_{l} = \begin{pmatrix} \lambda\phi_r^1(t) - \rho_{r0}^1(t) + c\,\delta^1(t) \\ \lambda\phi_r^2(t) - \rho_{r0}^2(t) + c\,\delta^2(t) \\ \lambda\phi_r^3(t) - \rho_{r0}^3(t) + c\,\delta^3(t) \\ \lambda\phi_r^4(t) - \rho_{r0}^4(t) + c\,\delta^4(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{xr}^1(t) & a_{yr}^1(t) & a_{zr}^1(t) & \lambda & 0 & 0 & 0 & c \\ a_{xr}^2(t) & a_{yr}^2(t) & a_{zr}^2(t) & 0 & \lambda & 0 & 0 & c \\ a_{xr}^3(t) & a_{yr}^3(t) & a_{zr}^3(t) & 0 & 0 & \lambda & 0 & c \\ a_{xr}^4(t) & a_{yr}^4(t) & a_{zr}^4(t) & 0 & 0 & 0 & \lambda & c \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \\ \Delta z_r \\ N_r^1 \\ N_r^2 \\ N_r^3 \\ N_r^4 \\ \delta_r(t) \end{pmatrix}}_{x} + \varepsilon$$

↑ معادلات مشاهداتی برای یک ایپک مشاهداتی

در اینجا ۴ معادله و ۸ مجهول داریم، مسئله نرمال و غیرقابل حل است. اگر تعداد ماهواره‌ها را افزایش دهیم با اضافه شدن هر ماهواره یک مجهول جدید نیز اضافه می‌شود. (ابهام فاز N_r^s) و این یکی از مشکل مسئله نمی‌کند. ولی اگر به جای یک ایپک مشاهداتی، در ۲ ایپک مشاهداتی t_1 و t_2 انجام دهیم تعداد مشاهدات ما ۲ برابر می‌شود و مقادیر ابهام فاز ثابت می‌ماند. اما یک خطای ساعت گیرنده اضافه می‌شود.

$\delta_r(t_1)$ و $\delta_r(t_2)$ خواهیم داشت ($n=8$ و $u=9$) در این حالت باز هم مسئله قابل حل نیست.

اگر خطای ساعت گیرنده را برای یک ایپک معلوم بگیریم و معتقد یک ایپک مجهول است می‌توانیم جواب داشته باشیم حال اگر ۳ ایپک مشاهده انجام دهیم. $m = 4 \times 3 = 12$ و $u = 10$ و مسئله جواب خواهد داشت.

Subject:
Date:

پس اگر خطای ساعت گیرنده را متغیر در نظر گیریم ۴ جواب از ۳ ایک مشاهدات نیاز داریم.
اما این تمام ماجرا نیست! زیرا در این حالت مشاهده می‌شود که ماتریس A کمبود مرتبه‌ای دارد و نمی‌توان مختصات را محاسبه کرد.

اگر هر چند ایک مشاهدات اضافه کنیم کمبود مرتبه‌ی ماتریس A برطرف نمی‌شود. تنها راه حل ممکن این است که خطای ساعت گیرنده را در یک ایک ثابت بگیریم و در عبارت یک مشاهده تولید مجهول اضافه کرد. در این صورت کمبود مرتبه‌ی ماتریس A برطرف می‌شود.

حالت موقعیت استاتیک

$$m = n_S n_t$$

$$u = 3 + n_S + n_t - 1$$

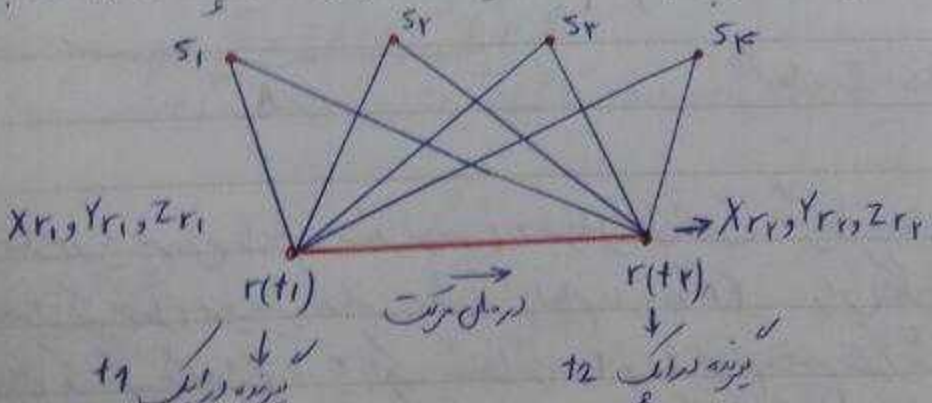
u ← تعداد مجهولات ($X_r, Y_r, Z_r, \delta t_r$)
3 ← تعداد مختصات مجهول
n_S ← تعداد ماهواره‌ها
n_t ← تعداد اپک‌های ساعت گیرنده

در شرکن $\rightarrow m \geq u$

$$n_S n_t \geq 3 + n_S + n_t - 1$$

$$\rightarrow n_t \geq \frac{n_S + 2}{n_S - 1}$$

در حالت کینماتیک، تعداد مجهولات مربوط به مختصات ایستگاه‌ها به ازای هر اپک در n_t ضرب می‌شود.



$$u = 3n_t + n_S + n_t - 1$$

مربوط به مختصات گیرنده

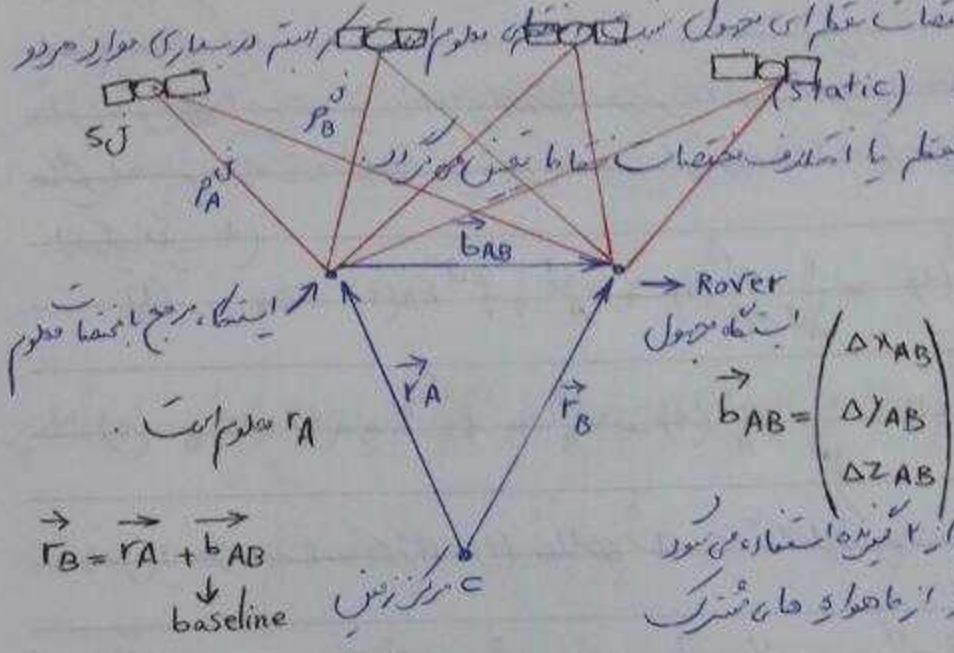
$$n_S n_t \geq 3n_t + n_S + (n_t - 1)$$

$$\boxed{n_t \geq \frac{n_S - 1}{n_S - 4}}$$

Subject
Date Moradimotlagh

* تعیین موقعیت نسبی: Relative Positioning

هدف از این روش، تعیین مختصات نقاط ای مجهول نسبت به نقاط معلوم است در مواردی که نقاط ثابت بوده و حرکت ندارد (Static) و در حقیقت برداری بین دو نقطه یا اختلاف مختصات نقاط تعیین می‌گردد.



ایستگاه مجهول

$$\vec{b}_{AB} = \begin{pmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{pmatrix}$$

در این نوع تعیین موقعیت حداقل از ۲ گیرنده استفاده می‌شود که طی همزمان مشاهدات را از ماهواره‌های مشترک اندازه‌گیری می‌کنند.

این نوع تعیین موقعیت معمولاً در خشکی برای استفاده می‌شود و دقت متغیری بالاتری نسبت به سایر روش‌ها دارد و برای انجام آن معمولاً نیاز به گیرنده‌های دوفرکانسی داریم.

تعیین موقعیت نسبی با استفاده از مشاهدات تفاضلی (یکسان از ۲ یا چند مشاهده) انجام می‌شود. تقریباً اشتباهات سیستماتیک از مؤثرترین راه‌های حذف یا کاهش خطای سیستماتیک استفاده از روش تفاضلی است. اینجا از مشاهدات ترکیبی استفاده می‌شود که از تفاضل مشاهدات بدست می‌آید.

* روش‌های تفاضلی:

روش‌های تفاضلی هم برای مشاهدات کد و هم مشاهدات فاز قابل پیاده‌سازی هستند برای انجام آن‌ها ۱۵۱ استفاده از آن‌ها برای مشاهدات فاز در خشکی برای ما مهم است و دقت بالاتری را نسبت به مشاهدات کد دارد. در ادامه ۳ روش تفاضلی ترکیبی و کاربرد برای مشاهدات فاز توضیح داده می‌شود.

Subject:
Date

تفاضل شبه‌فاصله‌ها

الف) تفاضل یک‌طرفه

در این روش از ۲ گیرنده یک ماهواره دریافت می‌شود، اگر گیرنده‌ها را A و B و ماهواره را j در نظر بگیریم معادلات مشاهدات شبه‌فاصله بین هریک از گیرنده‌ها با ماهواره‌ی j به صورت زیر نوشته می‌شود:

(در یک اپک t)

$$\Phi_A^j(t) + f^j \delta^j(t) = \frac{1}{\lambda^j} \rho_A^j(t) + N_A^j + f^j \delta_A(t) + \varepsilon_A \quad (1)$$

$$\Phi_B^j(t) + f^j \delta^j(t) = \frac{1}{\lambda^j} \rho_B^j(t) + N_B^j + f^j \delta_B(t) + \varepsilon_B \quad (2)$$

از تفاضل ۲ معادله‌ی مشاهده‌ی (۱) و (۲) معادله‌ی مشاهده‌ی تفاضل یک‌طرفه بدست می‌آید.

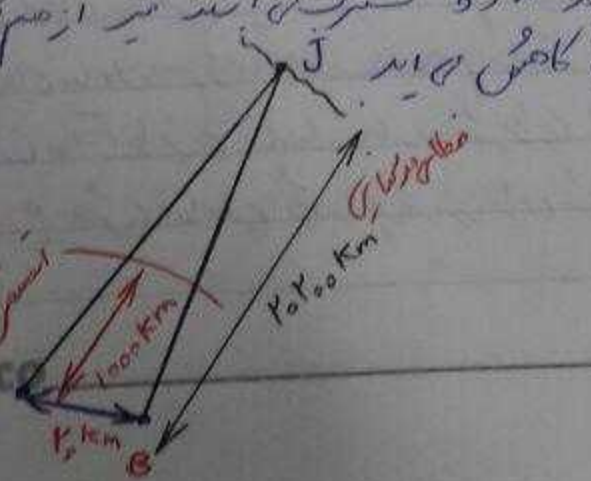
$$\underbrace{\Phi_B^j(t) - \Phi_A^j(t)}_{\Phi_{AB}^j} = \frac{1}{\lambda^j}\left[\underbrace{\rho_B^j(t) - \rho_A^j(t)}_{\rho_{AB}^j(t)}\right] + \underbrace{N_B^j - N_A^j}_{N_{AB}^j} + f^j\left[\underbrace{\delta_B(t) - \delta_A(t)}_{\delta_{AB}(t)}\right] + \underbrace{\varepsilon_B(t) - \varepsilon_A(t)}_{\varepsilon_{AB}(t)}$$

$$\Phi_{AB}^j = \frac{1}{\lambda^j}\rho_{AB}^j(t) + N_{AB}^j + f^j \delta_{AB}(t) + \varepsilon_{AB}(t) \quad (3)$$

بنابراین: معادله‌ی مشاهده‌ی تفاضل یک‌طرفه

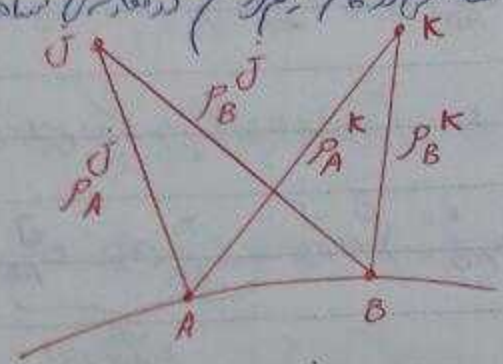
تفاضل ساعت دو گیرنده از یکدیگر

معادله‌ی (۳) از ترکیب (۱) با (۲) حاصل شده است. در این معادله خطای ساعت ماهواره یعنی $\delta^j(t)$ به طور کامل حذف گردیده و خطای ساعت گیرنده‌ها کماکان وجود دارد. نکته‌ی مهم این است که باقی‌مانده‌ی خطاهای سیستماتیک بدست‌آمده نیز از یکدیگر کم می‌شوند و بدین ترتیب بسیاری از خطاهای سیستماتیک کرمین ماهواره‌ی j و دو گیرنده‌ی واقع در A و B مشترک می‌باشند نیز از بین می‌روند و خطای باقی‌مانده قابل توجهی کاهش می‌یابد.



فاصله‌ی دو گیرنده از همدیگر در مقایسه با فاصله‌ی آن‌ها از ماهواره‌ها ناچیز است. علاوه بر خطاهای مشترک ساعت ماهواره، گیرنده‌ها تفاضل کد و فاز ایجاد می‌شود.
خطاهای دیگری مانند خطای مداری ماهواره، خطاهای اتمسفریک، یونسفر و تروپوسفر نیز هست که کاهش می‌یابند چون اندازه‌ی این خطاها برای دو گیرنده‌ی نزدیک به یکدیگر تقریباً مساوی و کوتاه است و اختلاف کمی دارد.

ب) تفاضل دو گانه:
در اینجا دو ماهواره و دو گیرنده داریم. معادله‌ی مشاهده‌ی تفاضلی دو گانه از کم کردن دو معادله‌ی مشاهده‌ی تفاضلی یکی به دست می‌آید.



تفاضل یکی بین دو گیرنده‌ی ماهواره‌ی j → $\Phi_{AB}^{j}(t) = \frac{1}{\lambda^j}\rho_{AB}^{j}(t) + N_{AB}^{j} + f^{j}\delta_{AB}(t) + \varepsilon_{AB}^{j}(t)$ (۴)

k " " " " " " → $\Phi_{AB}^{k}(t) = \frac{1}{\lambda^k}\rho_{AB}^{k}(t) + N_{AB}^{k} + f^{k}\delta_{AB}(t) + \varepsilon_{AB}^{k}(t)$ (۵)

* از آنجایی که ماهواره‌های GPS ۲ و ۳ فرکانس هستند برای L_5 و L_1 (f_5 و f_1) در وضعیت از هم توانیم تصور شویم.
وضعیت اول: $f = f^j = f^k$ یعنی برای هر دو از L_1 یا L_2 یا L_5 استفاده می‌کنیم.

تفاضل (۴) و (۵) → $\underbrace{\Phi_{AB}^{k}(t) - \Phi_{AB}^{j}(t)}_{\Phi_{AB}^{jk}(t)} = \frac{1}{\lambda}\underbrace{\left[\rho_{AB}^{k}(t) - \rho_{AB}^{j}(t)\right]}_{\rho_{AB}^{jk}(t)} + \underbrace{N_{AB}^{k} - N_{AB}^{j}}_{N_{AB}^{jk}} + \underbrace{\varepsilon_{AB}^{k}(t) - \varepsilon_{AB}^{j}(t)}_{\varepsilon_{AB}^{jk}(t)}$

در معادله‌ی حق خطای ساعت دو گیرنده نیز به طور کامل حذف شده است و دیگر از $\delta_{AB}(t)$ خبری نیست.

دهیت دوم: $f^j \neq f^k$ کوریولیوت

tilda ← $\sim$

$\tilde{\Phi}^j(t) = \lambda^j \Phi^j(t)$ → ابتدا داده‌ها را با ضریب مناسب تبدیل می‌کنیم

... تفاضل می‌گیریم → $\tilde{\Phi}^j_B(t) - \tilde{\Phi}^j_A(t) = \rho^j_B(t) - \rho^j_A(t) + \lambda^j[N^j_B - N^j_A] + c[\delta_B(t) - \delta_A(t)] + \varepsilon^j_B(t) - \varepsilon^j_A(t)$

← معادله‌ی اخیر را طوری مرتب می‌کنیم:

$$\tilde{\Phi}^j_{AB}(t) = \rho^j_{AB}(t) + \lambda^j N^j_{AB} + c\delta_{AB}(t) + \varepsilon^j_{AB}(t)$$

و معادله‌ی تفاضلی دوگانه برای دو ماهواره‌ی آن و k به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\underbrace{\tilde{\Phi}^k_{AB} - \tilde{\Phi}^j_{AB}}_{\tilde{\Phi}^{jk}_{AB}} = \underbrace{\rho^k_{AB}(t) - \rho^j_{AB}(t)}_{\rho^{jk}_{AB}(t)} + \lambda^k N^k_{AB} - \lambda^j N^j_{AB} + \underbrace{\varepsilon^k_{AB}(t) - \varepsilon^j_{AB}(t)}_{\varepsilon^{jk}_{AB}(t)}$$

$$\rightarrow \tilde{\Phi}^{jk}_{AB}(t) = \rho^{jk}_{AB}(t) + \lambda^k N^k_{AB} - \lambda^j N^j_{AB} + \varepsilon^{jk}_{AB}(t)$$

↳ کمیت فیزیکی ساعت گیرنده‌ها حذف شده است
اما متوقف ابهام فاز دوبرابر شده است.

ج) تفاضل دوگانه: (double difference)
نهایتاً معادله‌ی تفاضلی دوگانه به این صورت است:

$$\tilde{\Phi}^{jk}_{AB}(t) = \rho^{jk}_{AB}(t) + \lambda^k N^{jk}_{AB} + N^j_{AB}(\lambda^k - \lambda^j) + \varepsilon^{jk}_{AB}(t)$$

Subject:
Date

بدین ترتیب در هر دو وضعیت مقادیر سایت پذیرنده و ماهواره کاملاً حذف می‌شود و سایر مقادیر سیستماتیک نیز که بین تفاضل‌گیرنده و دو ماهواره هستند بخوبی قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابند.

ج) تفاضل 3 گانه:

معادله‌ی تفاضلی 3 گانه حاصل گیری از 2 معادله‌ی دوگانه در دو اپک مختلف t_1 و t_2 می‌باشد. گیرنده، در ماهواره و در اپک مشاهده‌ای در حالتی که $j^k = j^l$ می‌باشد.

$$\Phi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_1) + N_{AB}^{jk} + \varepsilon_{AB}^{jk}(t_1)$$ ← اپک اول

$$\Phi_{AB}^{jk}(t_2) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_2) + N_{AB}^{jk} + \varepsilon_{AB}^{jk}(t_2)$$ ← اپک دوم

* مقادیر ابهام فاز در فاصله‌ی زمانی بین دو چند اپک کاملاً ثابت می‌ماند. معادله‌ی تفاضل 3 گانه به شکل زیر است.

$$\underbrace{\Phi_{AB}^{jk}(t_2) - \Phi_{AB}^{jk}(t_1)}_{\Phi_{AB}^{jk}(t_{21})} = \frac{1}{\lambda}\left[\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)\right] + \varepsilon_{AB}^{jk}(t_2) - \varepsilon_{AB}^{jk}(t_1)$$

$$\Phi_{AB}^{jk}(t_{21}) = \frac{1}{\lambda}\rho_{AB}^{jk}(t_{21}) + \varepsilon_{AB}^{jk}(t_{21})$$

در تفاضل سه گانه معادلات ابهام فاز حذف می‌شوند و بدین ترتیب نسبت به تفاضل دوگانه تعداد مجهولات در سرشکنی کاهشی محسوس پیدا می‌کند و درجه‌ی آزادی بالاتر می‌رود.

اما این روش نسبت به بقیه‌ی روش‌ها کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. GPS خصوصاً در وضعیت کینماتیک بسیار پرکاربرد است و بسیار حساس می‌باشد و در صورت وقوع جهش فازی می‌توان از این روش استفاده کرد. بطور کلی برای محاسبات GPS در نقشه برداری از تفاضل دوگانه استفاده می‌شود.

* در صورت استفاده از هریک از روش‌های تفاضلی رابطه‌ی بین تعداد مشاهدات و تعداد مجهولات به صورت زیر خواهد بود.

(ماهواره‌ها) (اپک‌ها)

$$n_t \geq \frac{n_s + 2}{n_s - 1}$$

Subject:
Date

برای مثال اگر $n_s=2$ باید تعداد اپک ها $n_t \geq 4$ و اگر $n_s=4$ باید $n_t \geq 2$ باشد
* برای چهار ماهواره به حداقل ۲ اپک مشاهداتی نیاز داریم.

- در تعیین موقعیت کینماتیک با مشاهدات تفاضلی از مدل زیر استفاده می‌شود.

اگر:

$$n_t \geq \frac{n_s-1}{n_s-4}$$

$n_s=5 \longleftarrow n_t \geq 2$

$n_s=7 \longleftarrow n_t \geq 2$

ابهام در تعیین موقعیت کینماتیک این ابهام وجود دارد که
بنابراین مجبوریم که ابتدا ابهام فاز را این استگاه مرجع و Rover حل کنیم و آنها معلوم بگیریم. بدین ترتیب

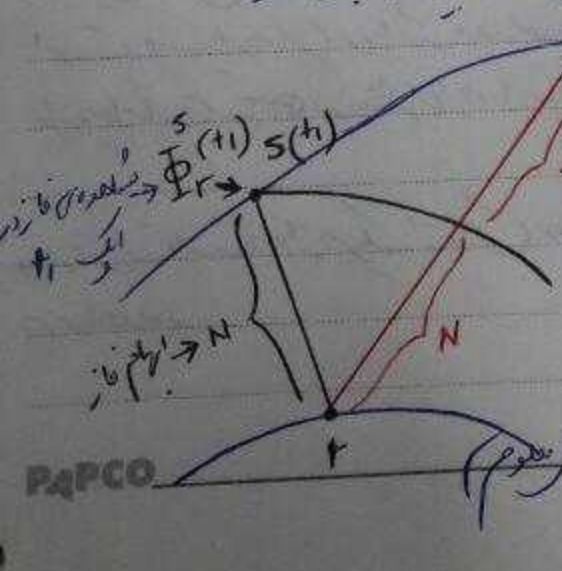
$$n_s n_t \geq 4 n_t \longleftarrow n_s \geq 4$$

و با یک اپک مشاهده مختصات مجهول تعیین می‌شود.

در حالت استاتیک ابهام فاز هم مزد معرفی است اما در حالت کینماتیک ابهام فاز جزء مجهولات است
باید ابتدا حل شود و بعد اندازه گیری کینماتیک انجام پذیرد.

* جهش فاز: (cycle sleep)

هنگامی که گیرنده روشن شده و شروع به اندازه گیری می‌کند جهش اندازه گیری فاز $\Phi_r^s(t)$ مشاهده می‌گردد
و یک شمارشگر نیز شمال می‌گردد که تعداد سیکل های کامل را از این به بعد می‌شمارد.



تعداد سیکل های شمارش شده را با (n) نشان می‌دهیم
شمارنده

گیرنده فاز است تعداد دقیق $\Delta\varphi$ را اندازه گیری کند

$$\Delta\varphi = n + \Phi_r^s(t_2)$$

تعداد سیکل های شمارش شده معلوم ↓ — ↓ مشاهده‌ی فاز حاصل

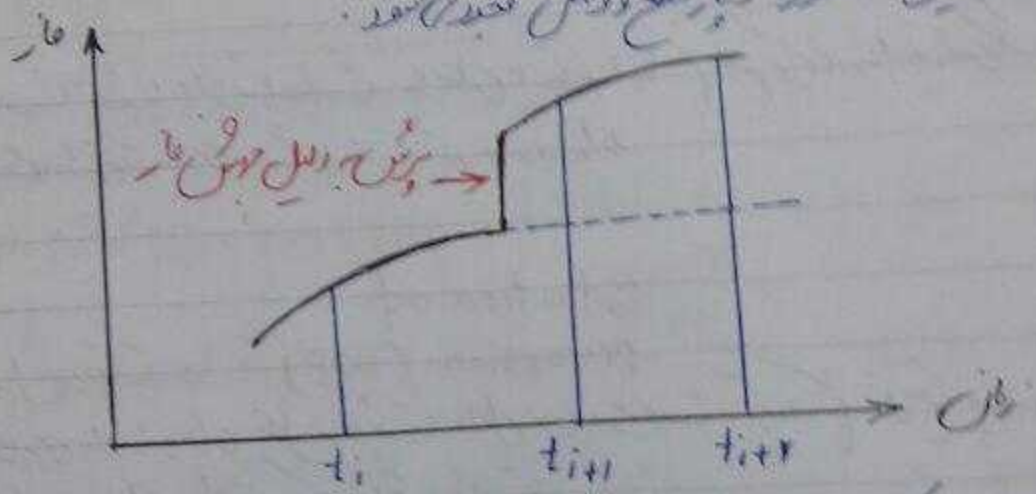
PAPCO

Subject:
Date

بین تعداد از یک به یک دیگر از لحاظ مقدار ثابت باقی خواهد ماند

$$N_r^5(t_1) = N_r^5(t_2) = N$$

مهمترین کمیتی هستند که ثابت باقی می‌ماند. البته به شرطی که آنکه تعداد سیگنال از دست نرود و اندازه‌گیری شده دقیق انجام شود.
یعنی هیچ مقدار نباید به‌صورت تصادفی از باطن ماهواره به بیرون تخلیه شود. در صورت وقوع چنین حوادثی، شمارش اندازه صحیح سیگنال‌های کامل نقل شده دیگر از سوی شمارنده شمارش آنها از بین نمی‌رود.
یعنی ارتباط سیگنال گیرنده ماهواره دیگر قطع و وصل مجدد نمی‌شود.



بعضی داده‌های اندازه‌گیری شده در لینک‌های متوالی در سیگنال زمان ترسیم می‌شود یک منحنی کاملاً هموار باید بدست بیاید. در صورت وقوع جهش فاز یک پرش آنی در منحنی مشاهده می‌گردد.

۲ عامل محدودکننده به عنوان بروز جهش فاز ذکر می‌شود:
- جهش فاز به دلیل قرارگرفتن مانع قطع کننده‌ی سیگنال در حد فاصل ماهواره گیرنده مانند استفاده دست - پل - کوه و ...
بین عامل اصلی دلیل وقوع جهش فاز است خصوصاً در بین توجیه کننده‌ی

باعث بروز نسبت سیگنال به نویز (C/N) پایین شده باید بیوتستری و پدیده‌ی چندمسیری و تداخل کم ماهواره‌ها

Subject:
Date

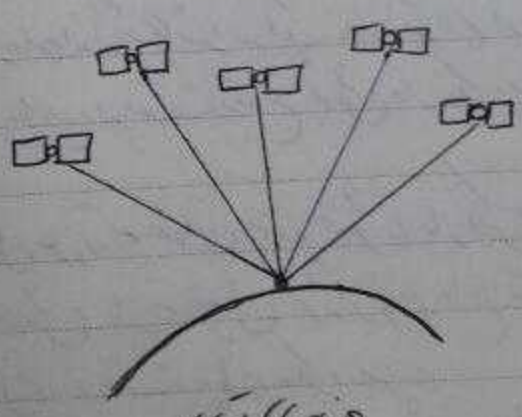
۳- جهش فاز به دلیل عملکرد نادرست نوسان ساز تولید سیگنال درون ماهواره که منشأ آن ریطی به گیرنده ندارد و بسیار نادر اتفاق می افتد.

- در مورد جهش فاز ۲ اقدام باید بصورت یکبار در هنگام تشخیص و در ابتدای وقوع جهش فاز و دوم اصلاح آن (repair) یا ازمایی کردن آن تکنیک های مختلفی وجود دارد. معمولاً از تست های آماری برای تشخیص جهش فاز استفاده می کنند و از تفاضل دو رنج کاذب برای اصلاح آن استفاده می گردد.

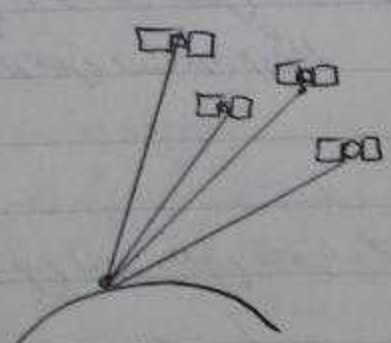
- در صورت استفاده از مشاهدات تفاضلی ۲ گانه (که) هم گرایی بدتر می شود و در صورت با قبل با مشاهداتی که ماهواره جهش فاز یافته وجود ندارد.

* تعدیل دقت: Dilution of precision (DOP)

هندسه ی ماهواره های قابل رویت عامل مهمی در دقت آورد نتایج گیرنده است خصوصاً در تعیین موقعیت های مطلق و کینماتیک است.



هندسه ی قوی



هندسه ی ضعیف

شاخص های ارزیابی هندسه ی کلی ماهواره ها در تعیین موقعیت نرخ DOP یا نرخ تعدیل دقت می باشند. برای محاسبه ی این نرخ باید ماتریس کوواریانس مجهولات را محاسبه کنیم. برای مثال در تعیین موقعیت مطلق با مشاهدات کد:

$Q_x = (A^T P A)^{-1}$ → تعیین کوواریانس

$Q_x^i = C_e^i Q_x$ → تبدیل به دستگاه محلی

$$Q_x = \begin{pmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{tx} & q_{ty} & q_{tz} & q_{tt} \end{pmatrix}$$

geometric
$$GDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}}$$

Position
$$PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$$

time
$$TDOP = \sqrt{q_{tt}}$$

* دقت تعیین موقعیت افقی:
* " " " ارتفاع:
* " " " زمان:

برای مشاهدات زوایه‌ای

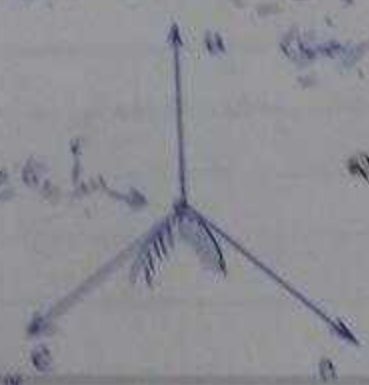
GDOP دقت تعیین موقعیت را به طوری که شکل و هندسه توزیع و تعداد منبع داده‌ها تعیین می‌کند، برآورد می‌نماید. هرچه این داده‌ها گسترده‌تر باشند

برای محاسبه GDOP نیاز به هیچ نقطه خاصی (داده‌ی قبلی) از ایستگاه نیست (فقط به آن کمک می‌کند)

همچنین می‌توان ماتریس DOP را از دستگاه ژئودتیک به دستگاه محلی (زاویه‌ای) برد

دستگاه ژئودتیک محلی

$$Q_x^{LG} = R Q_x^G R^T = \begin{pmatrix} q_{nn} & q_{ne} & q_{nu} \\ q_{en} & q_{ee} & q_{eu} \\ q_{un} & q_{ue} & q_{uu} \end{pmatrix}$$



PDOP: دقت موقعیت افقی

HDOP: دقت موقعیت افقی

VDOP: دقت ارتفاع

Subject:
Date:

ماتریس تبدیل از G به LG $\rightarrow R = \begin{pmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{pmatrix}$

بدین ترتیب دو شاخص DOP دیگر برای تعیین موقعیت محلی تعریف می‌گردد.

سطحاتی ← $HDOP = \sqrt{q_{nn} + q_{ee}}$
Horizontal

ارتفاعی ← $VDOP = \sqrt{q_{uu}}$
vertical

دقت ارتفاعی خیلی کم‌تر از دقت سطحاتی است زیرا تعداد ماهواره‌هایی که زیر افق هستند بسیار کم می‌باشد

* معمولاً مقادیر VDOP بزرگتر از HDOP است. دلیل این موضوع این است که خیلی از ماهواره‌ها با افق زاویه‌ی کوچکی می‌سازند و تنها ماهواره‌ها که در حسابیل زنیتا قرار دارند هستند که می‌توان در تعیین دقت مطلوب ارتفاعی مؤثر باشند.

برای کیفیت متعادل ماهواره حاضر 6 تا 12 باشد.

برای 4 ماهواره	برای 12 ماهواره
$1,3 > HDOP > 0,6$	
$4,4 > VDOP > 1,8$	
$2,9 > PDOP > 1,1$	

* برای یک تعیین موقعیت مطلوب و با کیفیت خوب باید:
$HDOP < 2$
$PDOP < 3$